- Sia $h : M \to N$ un'immersione parziale tra due strutture arbitrarie. Sono le seguenti affermazioni vere? (Ripondere si/no, non serve giustificare.)

a. $h : M \to N$ è iniettiva; si

b. $\langle \operatorname{dom} h \rangle_M$ è isomorfo a $\langle \operatorname{img} h \rangle_N$; si

c. $h : M \to N$ è suriettiva; no

d. $h : \langle \operatorname{dom} h \rangle_M \to N$ è un'immersione elementare. no

- Sia $M \preceq N$ e sia A un sottoinsieme di M. Sono le seguenti affermazioni vere? (Ripondere si/no, non serve giustificare.)

a. $\langle A \rangle_M \equiv N$. no

b. $\langle A \rangle_M \preceq N$. no

c. $\langle A \rangle_M = \langle A \rangle_N$. si

d. $M \equiv_A N$. si

- Nel linguaggio che contiene un simbolo di funzione unaria f ed un predicato binario r si scriva un enunciato che dice che la relazione r contiene il grafo della funzione f.

$$\forall x\ r(x\, fx), \quad \text{oppure anche} \quad \forall x\, y\ [fx = y \to r(x\, y)]$$

- Sia N un grafo numerabile. Si dimostri che se N è universale e omogeneo allora N è un grafo aleatorio. (Universare significa: ogni grafo numerabile si immerge in N. Omogeneo significa: ogni automorfismo parziale finito di N di estende ad un automorfismo.)

Vedi teorema 15 del capitolo 5 delle dispense

- Sia $\varphi(x)$ una formula pura, dove x è una singola variabile. Supponiamo che l'insieme $\varphi(M)$ sia una sottostruttura di M, diciamo N. Si dimostri che se $N \neq M$ allora $N \not\equiv M$. Si mostri con un controesempio che l'affermazione non vale se $\varphi(x)$ ha parametri in $M \smallsetminus N$. (Suggerimento: si cerchi il controesempio tra gli ordini lineari.)

Si osservi che $N \vDash \forall x\, \varphi(x)$. Se $N \neq M$ allora $M \vDash \neg\forall x\, \varphi(x)$ quindi $N \not\equiv M$.

Sia M l'insieme dei numeri razionali nel linguaggio degli ordini stretti. Sia a un qualsiasi elemento di M. Come formula $\varphi(x)$ prendiamo $x < a$. Chiaramente $N \preceq M$.