Franco Dalfovo – Corso di Fisica Generale I

Traccia delle lezioni sulla dinamica newtoniana

Consideriamo il moto dei corpi in relazione alla loro interazione reciproca o, in altri termini, in relazione alle cause (fisiche) del moto stesso. Questa è la dinamica. Ci interessiamo ai corpi la cui dimensione spaziale sia trascurabile nella descrizione del loro moto (*particelle* o *punti materiali*). Parleremo quindi soltanto di *traslazioni*. Il caso delle rotazioni dei corpi estesi sarà trattato più avanti nel corso.

Qui presentiamo la dinamica newtoniana. Gli ingredienti principali della teoria sono i seguenti:

- *l'inerzia*
- *la massa (inerziale e gravitazionale)*
- *la quantità di moto*
- *la forza*
- *l'equazione del moto*
- *il principio di azione-reazione*
- *il principio di relatività (galileiana)*

È difficile (oppure inutile, o anche impossibile, a seconda dei punti di vista) presentare ciascuno di questi concetti separatamente, estrapolandoli dal contesto della teoria. Essi, infatti, sono strettamente legati tra loro e riflettono, nel loro insieme, una visione unitaria della realtà fisica. Per necessità didattiche li si presenta in un certo ordine. Poi però bisognerà ricordarsi di inquadrare i vari concetti in una visione d'insieme.

Il principio d'inerzia

Nella formulazione newtoniana della dinamica il principio d'inerzia può essere così espresso:

> *Un corpo rimane nel suo stato di quiete o di moto uniforme fintantoché non agiscano forze a modificarne lo stato.*

È detto anche "legge d'inerzia" o "prima legge di Newton". La differenza tra legge e principio è sottile, ed è già stata discussa quando si parlava del metodo scientifico. L'attribuzione a Newton della legge va presa con cautela. Diciamo che Newton ha inserito l'inerzia in una teoria compiuta, ma il principio d'inerzia era già stato formulato da altri autori prima di lui, su basi diverse, compreso Galileo. Nelle versione newtoniana, scritta sopra, l'enunciato del principio include il concetto di forza, non ancora definito. Se ne può fare a meno. Nella versione galileiana, lo stesso principio può essere enunciato così:

> *Se un corpo è lasciato solo, senza che sia influenzato da altri corpi, esso continuerà a muoversi a velocità costante, se inizialmente era in moto, o rimarrà fermo, se lo era inizialmente.*

La forza che entra nel precedente enunciato newtoniano, dunque, può anche essere intesa in senso più ampio come la possibile influenza degli altri corpi sul corpo considerato. Un corpo che non sia soggetto all'influenza di altri corpi è un corpo libero, o una particella libera. Il principio d'inerzia stabilisce quindi che *una particella libera mantiene una velocità costante oppure rimane ferma*. L'inserimento esplicito del concetto di forza nell'enunciato del primo principio prelude ad un uso quantitativo dell'interazione tra i corpi.

Da dove viene il principio d'inerzia? Dall'osservazione, ma non è così ovvio. In effetti, ci sono voluti secoli per arrivarci. Il primo passo necessario sta nell'estrapolare dai moti reali (in cui nessun corpo è davvero isolato dagli altri) un moto ideale, libero. Questa estrapolazione richiede l'uso di modelli e/o di accorgimenti tecnici che permettano di *eliminare gli impedimenti* e le caratteristiche inessenziali del movimento. Tali procedure d'indagine sono state introdotte da Galileo. Egli si rese conto che l'interazione con l'ambiente (l'aria, le superfici ruvide) producono effetti che contrastano il moto (attriti) e che questi effetti non derivano da caratteristiche proprie del moto dei corpi, ma sono pittosto elementi di disturbo. Egli realizzò esperimenti con i piani inclinati, i pendoli e altri appaati, in modo tale da estrarre dall'osservazione empirica le caratteristiche essenziali del moto libero, ideale. Ad esempio, Galileo si accorse che facendo scendere una sferetta da un piano inclinato, a partire da una certa quota, e facendole percorrere di seguito un tratto piano orizzontale e un piano inclinato in salita, la sferetta tendeva a raggiungere la stessa quota di partenza qualora si adottassero opportuni accorgimenti per diminuire gli effetti dell'attrito. La stessa quota veniva raggiunta indipendentemente dalla lunghezza del tratto intermedio orizzontale. Immaginando un tratto intermedio infinitamente lungo, si giunge all'idea di moto uniforme in assenza di influenze esterne.

Di osservazioni simili potremmo farne un lungo elenco. Ad esempio, immaginiamo un oggetto incautamente lasciato cadere dal finestrino di un treno in corsa (Galileo si serviva, come esempio, di un cavaliere che lascia cadere un oggetto mentre cavalca). L'oggetto, appena uscito dal finestrino, si muove alla stessa velocità del treno. La pericolosità degli oggetti lanciati dai finestrini deriva dalla validità del principio d'inerzia.

Attenzione però: in tutti gli esperimenti reali, atti a dimostrare la validità della legge d'inerzia sono necessarie alcune assunzioni preliminari, ad esempio su come si può ridurre l'attrito o ridurre l'influenza degli altri corpi (annullare le forze). Una verifica sperimentale diretta, priva di assunzioni preliminari, non è possibile. In questo senso l'inerzia corrisponde ad un principio e non a una legge empirica e la validità del principio, che sta alla base di una teoria, si verifica sulla base della correttezza delle predizioni della teoria nel suo complesso.

Il principio d'inerzia è intimamente connesse al concetto di *relatività del moto*. Si consideri a tale scopo il moto di una biglia su un piano orizzontale liscio. Il piano orizzontale sia il tavolino di uno scompartimento di un treno che viaggia a velocità costante su un binario rettilineo. Se appoggiamo la biglia sul tavolino, ferma, essa rimane ferma (a meno di piccole vibrazioni del treno, che possiamo immaginare trascurabili, per un binario ideale). Il viaggiatore giudicherà lo stato di quiete della sfera come effetto del principio d'inerzia. La stessa biglia può essere vista da un osservatore fermo in stazione. In questo caso la biglia apparirà in moto, di moto uniforme, alla stessa velocità del treno. Anche l'osservatore in stazione attribuirà il moto uniforme della biglia al principio d'inerzia. Ai fini della descrizione del moto e dell'applicazione del principio d'inerzia, i due osservatori sono equivalenti, e sono pure equivalenti i due stati della biglia: la quiete e il moto uniforme. *Quiete e moto uniforme non sono stati diversi, sono lo stesso stato visto da osservatori diversi, l'uno in moto rispetto all'altro di moto relativo uniforme*. La quiete assoluta, così com'era stata concepita per secoli a partire dalla filosofia aristotelica, non esiste più! Questo è uno degli argomenti più importanti del pensiero di Galileo, utilizzato per convincere gli scettici riguardo ai movimenti di rotazione e rivoluzione della terra e alla mancata percezione degli stessi nella vita quotidiana.

Se il treno accelera o frena, l'equivalenza tra i due osservatori, il viaggiatore sul treno e la persona in stazione, non è più assicurata. Se il treno frena, la biglia inizialmente ferma sul tavolino inizia a muoversi in avanti, senza che via siano apparenti mutamenti nell'interazione tra la biglia e gli altri corpi. Il viaggiatore nello scompartimento dovrà dedurre che il principio d'inerzia non è applicabile a ciò che osserva. Al contrario, la persona in stazione vedrà la biglia continuare nel suo stato di moto uniforme, compatibilmente con il principio d'inerzia, mentre il treno riduce la velocità per effetto delle forze (freni) che agiscono sulle sue ruote. È dunque possibile, in questo caso, distinguere tra i due osservatori dall'applicabilità o la non applicabilità del principio d'inerzia. Una volta associato un sistema di riferimento ad un osservatore si dirà, per definizione, che *i sistemi di riferimento nei quali il principio d'inerzia è valido sono sistemi inerziali*, mentre tutti gli altri sono detti *non inerziali*. Il principio d'inerzia può essere interpretato come un *enunciato sull'esistenza dei sistemi di riferimento inerziali*. Il *principio di relatività*, inoltre, corrisponde ad assumere che tutti i sistemi di riferimento inerziali sono equivalenti ai fini della descrizione dei fenomeni fisici: *la fisica è la stessa in tutti i sistemi di riferimento inerziali*.

Dal punto di vista pratico si tratterà di trovare dei sistemi di riferimento reali che siano sufficientemente inerziali da potervi applicare le leggi della dinamica con la precisione cercata. Se ne abbiamo uno, allora ne abbiamo infiniti, dato che tutti i sistemi di riferimento che si muovono di moto uniforme rispetto al primo sono altrettanto inerziali.

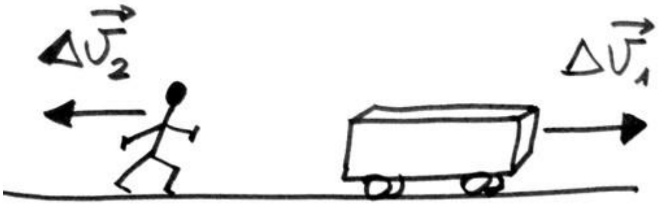
Una volta stabilita la natura del moto inerziale, e l'equivalenza tra stato di quiete e di moto uniforme, lo studio del moto si concretizzerà nello stabilire *le relazioni causali esistenti tra le interazioni che agiscono fra i corpi e le variazioni del loro stato di moto*. Storicamente questa impostazione ha rappresentato una rottura rispetto al pensiero aristotelico fino ad allora dominante, secondo il quale occorreva concentrarsi sulle cause del moto inteso come allontanamento (violento) o avvicinamento (naturale) allo stato di quiete e al luogo naturale assegnato a ciascun corpo.

La massa e la quantità di moto.

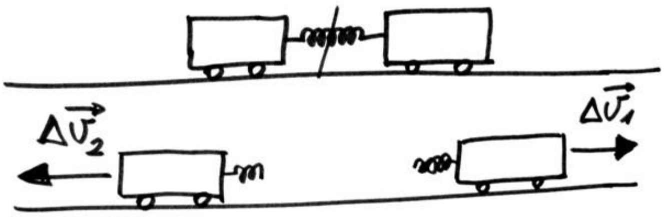
Nella meccanica newtoniana *l'inerzia è una proprietà della materia*. Per rendere tale concetto più quantitativo (misurabile), spogliando la materia da altri attributi inessenziali, Newton introdusse la massa e la quantità di moto di un corpo.

Il punto di partenza qualitativo è il seguente. Se si vuole modificare lo stato di moto di un corpo si deve agire con uno "sforzo", da definire meglio in seguito, diverso da caso a caso. Lo sforzo necessario dipende dalla variazione di velocità che si vuole produrre e da qualche caratteristica del corpo considerato. Ma come isolare una grandezza fisica che, da sola, caratterizzi la tendenza di un corpo a mantenere il suo stato di quiete o di moto uniforme? Se esiste, una tale grandezza la chiamiamo *massa*, o più precisamente *massa inerziale*, e la indichiamo con la lettera *m*. Per definirla, dobbiamo trovare delle procedure operative per la misura e la scelta di un campione. A tale scopo si pensi di spingere un carrello con le braccia allo scopo di imprimergli una certa velocità, come in figura.

Diciamo che la massa del carrello è maggiore se, a parità di velocità finale del carrello, lo sforzo necessario è maggiore. Istintivamente la massa deve avere qualche relazione con ciò che chiamiamo peso ma, non avendo ancora definito il peso di un corpo, evitiamo di ricorrere a questa relazione per definire la massa a questo punto. Ne parleremo più avanti. Notiamo piuttosto che, al fine di accelerare il carrello efficacemente, occorre assicurarsi che il pavimento non sia troppo scivoloso. Altrimenti la persona che spinge, nell'imprimere lo sforzo, finisce per scivolare indietro. Nel caso estremo di una superficie ghiacciata e perfettamente liscia sappiamo che l'effetto della spinta sarà quello di accelerare il carrello nella direzione voluta ma, allo stesso tempo, far subire alla persona un rinculo nella direzione opposta. Carrello e persona si muoveranno, dopo la spinta, in direzioni opposte con velocità diversa.



Possiamo tradurre questa idea qualitativa in un esperimento quantitativo, utilizzando ad esempio due carrelli, inizialmente in quiete, tenuti assieme da una molla. Sganciando i carrelli la molla si stende e imprime ai due carrelli la stessa spinta nelle due opposte direzioni.



Per come abbiamo introdotto il concetto intuitivo di massa, siamo portati a dire che la velocità finale dei due carrelli sarà la stessa, in modulo, se i due hanno la stessa massa. Possiamo così individuare, operativamente, un insieme di carrelli aventi la stessa massa. Poi possiamo ripetere lo stesso esperimento mettendo un numero diverso di carrelli, agganciati tra loro. Nel caso di un carrello a destra della molla e due a sinistra, osserviamo che la velocità finale del singolo carrello è due volte la velocità finale della coppia. Generalizzando la procedura, possiamo dire che il rapporto tra le velocità finali, in modulo, è univocamente determinato dalle masse poste in movimento. Possiamo *definire* la massa proprio dalla misura di tale rapporto, in questo modo:

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{|\Delta\vec{v}_2|}{|\Delta\vec{v}_1|} \quad .$$

Possiamo anche stabilire una massa campione, scegliendo si assegnare una massa unitaria ad un corpo peso come riferimento. Se uno dei carrelli ha massa pari a quella del campione (ad esempio $m_2=1$, nelle opportune unità), allora il rapporto delle velocità fornisce la misura della massa dell'altro carrello nelle unità convenzionali scelte. Abbiamo così definito operativamente la massa di un corpo. Questa massa è direttamente associata all'inerzia del corpo e per questo viene chiamata massa inerziale.

Notiamo che nei *Principia* di Newton la massa viene introdotta in modo diverso. Egli la introduce brevemente con argomenti di tipo descrittivo, usando un vago concetto di *quantità di materia*. Subito dopo afferma che la massa può essere misurata tramite il *peso*. Del peso parleremo in seguito; qui non è necessario e può essere perfino controproducente. Riguardo alla quantità di materia, poi, c'è da dire che si tratta di un concetto che era senz'altro mal definito ai tempi di Newton e lo è altrettanto nell'ambito della fisica moderna. In quanto tale, esso dovrebbe rimanere sostanzialmente estraneo alla definizione operativa di massa (benché ancora presente, purtroppo, in molti libri di testo!).

Ora, avendo a disposizione le definizioni di massa e di velocità di un corpo, definiamo una nuova grandezza fisica, che chiamiamo *quantità di moto* (o *momento lineare*, oppure semplicemente *momento*), data dal loro prodotto:

$$\vec{p} = m\vec{v} \quad .$$

La variazione dello stato di moto di un corpo si traduce, all'interno della teoria, in una variazione della quantità di moto. Se torniamo alla definizione del rapporto tra le masse scritta alla pagina precedente e teniamo conto del verso opposto delle velocità finali, possiamo scrivere:

$$m_1 \Delta \vec{v}_1 = -m_2 \Delta \vec{v}_2 \quad .$$

Questa ci dice che le variazioni di quantità di moto di due corpi soggetti alla sola interazione reciproca (i due carrelli con la molla) è uguale e opposta. Su questo risultato torneremo dopo, quando parleremo del principio di azione e reazione.

Il passo successivo è mettere in relazione la variazione di quantità di moto di un corpo con l'interazione che agisce tra esso e gli altri corpi che ne influenzano il movimento.

La forza e la seconda legge di Newton.

Se vogliamo che un corpo cambi il suo stato di moto, ovvero la sua quantità di moto, dobbiamo farlo interagire con altri corpi. Nell'esempio del carrello, l'uomo esercita una spinta sul carrello stesso per metterlo in movimento. L'effetto sul moto dipende anche dalla durata dell'azione. Più a lungo si esercita la spinta sul carrello e più veloce sarà il carrello alla fine. Questa dipendenza dal tempo è facilmente trattabile. Consideriamo un corpo che al tempo t si trovi nel punto $\boldsymbol{r}$ e abbia velocità $\boldsymbol{v}$. Vogliamo predire il suo stato di moto al tempo $(t+\Delta t)$. Per effetto dell'interazione con gli altri corpi, il corpo considerato cambierà la sua quantità di moto. Se l'intervallo Δt è sufficientemente piccolo (molto più piccolo della scala dei tempi su cui variano le interazioni tra i corpi considerati), possiamo assumere ragionevolmente che la variazione di quantità di moto sia direttamente proporzionale alla durata Δt, indipendentemente dalla natura dell'interazione. Tutta l'informazione sulla natura dell'interazione sarà così contenuta nel coefficiente di proporzionalità. Il rapporto tra la variazione di quantità di moto e l'intervallo di tempo in cui si verifica, nel limite di intervalli di tempo molto piccoli (infinitesimi) coincide, nel linguaggio matematico, con la derivata prima della quantità di moto rispetto al tempo. Il nostro ragionamento ci porta a concludere che

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \text{qualcosa che esprima l'interazione in forma matematica}$$

Il qualcosa che sta a destra lo chiamiamo *forza*. Per rendere omogenea la relazione, avendo a sinistra un vettore, la forza stessa deve essere un vettore. Stiamo dunque assumendo *che esiste una* *grandezza vettoriale, la forza, capace di produrre variazioni di quantità di moto*. Non è ancora una definizione operativa. Per essere operativa, occorre una procedura per misurare la forza e un campione. A tale scopo occorre discutere esempi specifici di forza. Ma questo lo faremo più avanti. Piuttosto chiediamoci da cosa può dipendere la forza che agisce su un corpo. Sicuramente dipenderà dalla collocazione del corpo nello spazio rispetto agli altri corpi che lo possono influenzare. Assegnato un sistema di riferimento e collocati i corpi nello spazio, possiamo dire che la forza può essere una funzione della posizione. D'altra parte, l'interazione tra i corpi potrebbe anche dipendere dalla velocità reciproca. Può pure avere una dipendenza esplicita dal tempo. Formalmente possiamo scrivere:

$$\vec{F} = \vec{F}(\vec{r}, \vec{v}, t) \quad .$$

Può dipendere da altro? Ricordiamo che il nostro scopo è identificare una grandezza che esprima quantitativamente la causa delle variazioni di quantità di moto. Consideriamo un corpo che si trovi ad un certi istante t in un punto dello spazio ***r***, avendo velocità assegnata ***v***. Vogliamo che la forza agente sul corpo in quel momento, determini in modo univoco la posizione e la velocità del corpo in un istante successivo. In altri termini, vogliamo che la teoria, basata su una tale relazione, sia *predittiva in senso deterministico*: il moto futuro del corpo sia determinato univocamente dallo stato iniziale del corpo e dalla forza che agisce sullo stesso. Ne segue che la forza (*causa*) non può dipendere dalla variazione di quantità di moto (*effetto*). Per un corpo di massa assegnata, ciò si traduce nel fatto che la forza può dipendere dalla posizione e dalla velocità, ma non può dipendere dall'accelerazione. Naturalmente nell'espressione della forza possono comparire altri parametri e coefficienti, che contribuiscono a specificare il tipo d'interazione tra le particelle; ciò che stiamo affermando qui è che semplicemente che l'espressione della forza non può contenere la derivata seconda, o derivate di ordine superiore, della posizione rispetto al tempo.

In definitiva, la relazione che stabilisce in modo quantitativo la relazione causale tra l'interazione di un corpo con gli altri corpi e la variazione del suo stato di moto è la seguente

$$\boxed{\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}(\vec{r}, \vec{v}, t)}$$

dove ***F*** è la forza complessiva che agisce sul corpo assegnato per effetto degli altri corpi che ne influenzano il moto. Questa relazione è nota come *II legge di Newton*, o come *II principio della dinamica*, o semplicemente come equazione del moto. Questo II principio stabilisce essenzialmente due cose: 1) che esiste una grandezza fisica (vettoriale), la forza, che riassume in sé l'interazione tra i corpi, e che può dipendere dal tempo, dalla disposizione dei corpi nello spazio e dalla loro velocità, 2) che la forza produce variazioni di quantità di moto secondo la relazione scritta sopra. In quanto principio, non può essere dimostrato in alcun modo. Si tratta di un'idea (una congettura) che nasce da un'insieme di osservazioni e che può essere assunta a principio in quanto funziona. Il fatto che funziona lo si deduce a posteriori, verificando che le predizioni che si ottengono nei vari casi specifici a cui la teoria si applica sono in accordo con le misure eseguite negli esperimenti.

Alcuni commenti sulla II legge di Newton.

a) La II legge non è una definizione della forza

Per rendere operativo il principio occorre individuare, caso per caso, qual è il tipo di forza che interviene, esprimere la sua dipendenza da ***r***, ***v*** e *t* e inserirla nella II legge di Newton, in modo da trasformare quest'ultima in un'equazione (differenziale) da risolvere in modo analitico o numerico. La forza, dunque, deve essere assegnata indipendentemente dalla II legge di Newton. Il primo esempio di forza considerato da Newton fu la forza gravitazionale, ovvero l'attrazione che si esercita tra tutti i corpi dotati di massa, la cui intensità è inversamente proporzionale al quadrato della loro distanza. Inserendo tale forza nella II legge, Newton mostrò che questa diventava predittiva e corretta nel descrivere i moti dei corpi celesti e la caduta dei gravi sulla superficie della terra. Di questa e di altri tipi di forza parleremo più avanti. Qui ci limitiamo a insistere sul fatto che la II legge di Newton non deve essere intesa come una definizione della forza, perché in tal caso perderebbe qualsiasi potere predittivo (identificare ***F*** con *d**p**/dt* impedisce di calcolare *d**p**/dt* a partire dalla conoscenza di ***F***).

b) La necessità di ricorrere al calcolo differenziale

Se la forza che agisce su un corpo è costante, ovvero non dipende né da ***r***, né da ***v***, nè da *t*, allora la II legge di Newton può essere riscritta per intervalli di tempo finiti, nella forma

$$\frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t} = \vec{F} \ ,$$

oppure anche

$$\Delta \vec{p} = \vec{F} \Delta t \ .$$

Il secondo membro di quest'ultima equazione è chiamato *impulso*. Queste equazioni sono tanto semplici quanto scarsamente generali. In generale le forze che agiscono su un corpo variano nel tempo e le leggi del moto devono essere scritte ricorrendo al calcolo infinitesimale (derivate e integrali di funzioni a una o più variabili). Ad esempio, la variazione di quantità di moto in un intervallo di tempo finito, si calcolerà integrando la II legge di Newton in questo modo:

$$\Delta \vec{p} = \int_{t_1}^{t_2} \vec{F}(t)\, dt$$

L'espressione a destra dell'uguale si chiama ancora *impulso* della forza tra t_1 e t_2, ma stavolta è un integrale di una funzione del tempo. L'integrale può essere inteso come somma di infiniti impulsi infinitesimi, immaginando di suddividere l'intervallo di tempo da t_1 e t_2 in N intervalli con N che tende all'infinito, e in ciascuno di essi calcolare l'impulso tenendo la forza costante. Dunque, la variazione della quantità di moto di un corpo è uguale all'impulso della forza applicata al corpo nell'intervallo di tempo considerato. Questa affermazione (legge) equivale alla II legge di Newton espressa in forma integrale.

Si noti che Newton e Leibniz introdussero quasi contemporaneamente, e in modo indipendente, la teoria del calcolo infinitesimale come strumento indispensabile alla soluzione dei problemi posti dalla dinamica.

c) La II legge per corpi di massa costante

La II legge di Newton scritta precedentemente è del tutto generale e comprende anche i casi, possibili, di corpi che cambiano la loro massa durante il movimento. Ad esempio, si pensi ad un camion che perde parte del carico, oppure a uno *space shuttle* che espelle grandi quantità di carburante e sgancia i serbatoi durante la fase di accelerazione. Entro opportune approssimazioni è possibile trattare tali corpi estesi come particelle puntiformi di massa variabile a cui applicare la seconda legge di Newton. Tuttavia casi del genere rappresentano delle eccezioni. Normalmente una particella si intende avere massa costante. In tal caso la variazione di quantità di moto si identifica con il prodotto tra la massa e la variazione di velocità e si può scrivere

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = m\frac{d\vec{v}}{dt} = m\vec{a} \quad .$$

La II legge di Newton diventa

$$m\vec{a} = \vec{F} \quad .$$

In questa forma è universalmente nota. La si può riscrivere anche così:

$$m\frac{d^2\vec{r}}{dt^2} = \vec{F}\left(\vec{r}, \frac{d\vec{r}}{dt}, t\right) \quad .$$

Se si usano coordinate ortogonali cartesiane, questa equazione vettoriale si traduce in tre equazioni scalari per le componenti nelle direzioni x, y e z. In ciascuna equazione compariranno le coordinate incognite, funzioni del tempo, e le loro derivate prime e seconde rispetto al tempo. Dal punto di vista matematico, equazioni del genere sono dette *equazioni differenziali del secondo ordine* (perchè contengono al più derivate seconde delle funzioni incognite). La predizione del moto di un corpo, assegnata la forza, equivale in linguaggio matematico alla soluzione di equazioni differenziali. La soluzione matematica del problema sarà semplice o complicata a seconda del tipo di forza considerata. Nel linguaggio fisico, l'equazione scritta qui sopra, una volta specificata la forza, è detta *equazione del moto* di una particella di massa m.

d) Rapporto tra I e II legge di Newton

Prendiamo la II legge e mettiamoci dentro una forza nulla ($\boldsymbol{F}$=0). Otteniamo che la variazione di quantità di moto è anch'essa nulla. Dunque, la II legge ci dice che un corpo di massa m, su cui non agiscono forze, possiede una quantità di moto costante e quindi mantiene il suo stato di quiete o moto uniforme. Apparentemente abbiamo ottenuto la I legge di Newton (il principio d'inerzia) come caso particolare della II legge. È davvero così? Se fosse così la formulazione della teoria sarebbe inutilmente ridondante. Ma non lo è. Infatti, *per formulare la II legge è necessario prima di tutto stabilire quali sistemi di riferimento si devono utilizzare per descrivere il moto: i sistemi inerziali*. La I legge ci dice cosa sono i sistemi inerziali e qual è il moto di un corpo libero. Senza queste informazioni non è possibile stabilire operativamente una relazione causa-effetto tra le forze agenti su un corpo e il suo movimento, inteso come deviazione dal moto libero, inerziale. In altre parole, la II legge è valida solo nei sistemi di riferimento inerziali, la cui esistenza è garantita dalla I legge. Dunque, il fatto di ottenere un moto uniforme, o la quiete, quando si inserisce una forza nulla a secondo membro della II legge *non* è una deduzione della prima dalla seconda, ma solo una verifca a posteriori della consistenza delle due leggi.

D'altra parte, come abbiamo già detto, nella formulazione newtoniana della meccanica l'inerzia è una proprietà di un corpo, indipendente dalla presenza o meno di forze agenti sullo stesso, e per questo è espressa in un principio autonomo rispetto alla legge sulle forze. Si noti tuttavia che questa formulazione della teoria non è l'unica possibile e non è necessariamente la più efficace; è semplicemente quella che abbiamo scelto qui.

Il principio di azione e reazione e la conservazione della quantità di moto

Nell'introdurre la definizione operativa di massa inerziale avevamo implicitamente fatto un'assunzione. Si pensi ai due carrelli che si allontanano per effetto della spinta impressa dalla molla su ciascuno di essi in direzioni opposte. Avevamo assunto che la causa dell'accelerazione fosse la stessa per entrambi i carrelli, a meno del verso, in modo da quantificare l'effetto in termini soltanto delle rispettive masse. Ora che abbiamo scritto la II legge, possiamo riformulare quella stessa assunzione rendendola esplicita in questo modo: la forza che agisce sul carrello di destra è uguale opposta a quella che agisce sul carrello di sinistra. Solo così infatti otteniamo risultati consistenti: se le forze sono uguali e opposte, allora le variazioni di quantità di moto sono pure uguali e opposte e il rapporto tra le velocità finali, in modulo, è uguale al rapporto, inverso, delle masse.

Più in generale, per due generici corpi A e B che interagiscono tra loro vale quanto segue: *per ogni forza prodotta da A su B esiste una forza uguale e opposta prodotta da B su A*. Questa affermazione la assumiamo vera sempre e la chiamiamo *principio di azione reazione*, o III legge di Newton.

Newton estrapolò questo principio da una serie di osservazioni empiriche. Ad esempio, se una persona cerca di alzare la sedia su cui sta seduta facendo forza sui braccioli, non si alza nè la persona nè la sedia, perché la sedia attira la persona verso il basso con la stessa forza con cui la persona attira la sedia verso l'alto. Newton eseguiva esperimenti con bacinelle d'acqua sulla cui superficie faceva galleggiare dei dischi di sughero o dei piattini, sui quali disponeva ad esempio piccole calamite e pezzi di ferro. Se calamite e ferro erano su piattini diversi, questi si muovevano l'uno verso l'altro per effetto delle forze magnetiche. Ma se ferro e calamita stavano sullo stesso piattino, quest'ultimo non si muoveva affatto: le forze tra ferro e calamita, pur esistendo anche in questo caso, sono uguali e opposte e non producono alcun movimento del piattino.

L'esempio dei due carrelli, che ci era servito per definire la massa, possiamo ora riformularlo alla luce della II legge e del principio di azione e reazione. Quest'ultimo ci assicura che le due forze agenti sui carrelli sono uguali e opposte:

$$\vec{F}_1 = -\vec{F}_2$$

La II legge ci dice che, quindi, la variazione di quantità di moto dei due carrelli, in un intervallo infinitesimo di tempo *dt*, è anch'essa uguale e opposta:

$$d\vec{p}_1 = -d\vec{p}_2$$

Questa relazione la possiamo scrivere anche così:

$$d\vec{p}_{tot} = 0$$

avendo definito la variazione di quantità di moto totale dei due carrelli come

$$d\vec{p}_{tot} = d(\vec{p}_1 + \vec{p}_2) = d\vec{p}_1 + d\vec{p}_2 \quad .$$

Dato che la variazione di quantità di moto totale è nulla in ogni intervallo generico di tempo *dt*, ne concludiamo che la quantità di moto totale rimane costante, cioè essa conserva il suo valore iniziale. Abbiamo ottenuto un'interessante *legge di conservazione*: la quantità di moto totale di un sistema di due corpi che interagiscono soltanto tra loro si conserva. Vedremo più avanti che questa affermazione è facilmente generalizzabile ad un sistema composto da un numero qualsiasi di corpi: *se i corpi di un sistema interagiscono solo tra loro, la quantità di moto totale del sistema si conserva*.

Rimanendo al caso dei due corpi, abbiamo appena mostrato che la II e la III legge prese assieme implicano la conservazione della quantità di moto totale. Possiamo ribaltare il ragionamento e mostrare che la II legge assieme alla conservazione della quantità di moto totale implicano la III legge. Basta riscrivere le espressioni precedenti nell'ordine contrario. Dunque la III legge (principio di azione e reazione) e la legge di conservazione della quantità di moto di un sistema di particelle, una volta combinate con la II legge, rappresentano due versioni diverse di una stessa informazione fisica. Una volta identificato lo stato di moto globale di un sistema di particelle con la sua quantità di moto totale, l'informazione fisica in questione è riassumibile anche in questo modo: *un sistema di particelle non può modificare il suo stato di moto globale per effetto delle sole forze interne, che agiscono tra le particelle che compongono il sistema stesso*. Se questo non fosse vero, peraltro, potremmo avere il caso di un sistema che inizia ad accelerare, globalmente, in una certa direzione dello spazio, senza che vi siano forze esterne al sistema. Ciò sarebbe in contraddizione con l'idea di *omogeneità dello spazio*, che è una delle idee da cui eravamo partiti all'inizio nel definire lo spazio e il tempo in cui collocare i fenomeni fisici.

Con questo, il quadro concettuale è completo, almeno nei suoi ingredienti essenziali. Ora si tratta di condirlo con le varie forze che si trovano in natura, sperando che ne esca una teoria il più possibile completa, efficace e, soprattutto, verificata dagli esperimenti.