# CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA.

FOGLIO DI ESERCIZI 4– GEOMETRIA E ALGEBRA LINEARE 2012/13

**Esercizio 4.1** (Esercizio 4.1). *Risolvere il seguente sistema non omogeneo:*

$$\begin{cases} 2x + 4y + 4z = 4 \\ x - z = 1 \\ -x + 3y + 4z = 2 \end{cases}$$

**Esercizio 4.2** (Esercizio 4.2). *Risolvere il seguente sistema omogeneo:*

$$\begin{cases} x + 2y + w = 0 \\ 2x + 5y + 4z + 4w = 0 \\ 3x + 5y - 6z + 4w = 0. \end{cases}$$

**Esercizio 4.3** (Esercizio 4.3). *Si consideri il sistema di equazioni lineari:*

$$\begin{cases} kx + ky + k^2z & = 4 \\ x + y + kz & = k \\ x + 2y + 3z & = 2k \end{cases}$$

a) *Si dica per quali valori del parametro reale $k$ il sistema è compatibile.*
b) *Esistono valori di $k$ per i quali il sistema ha infinite soluzioni? In tali casi determinare le soluzioni.*

**Esercizio 4.4** (Esercizio 4.4). *Risolvere il seguente sistema, al variare del parametro reale $k$:*

$$\begin{cases} x + 2w = 1 \\ x + y + 3z + 2w = 1 \\ 2x + y + (k+2)z + 4w = 2 \\ x + y + 3z + (k^2 - k + 2)w = k \end{cases}$$

*Scrivere le soluzioni anche in forma vettoriale.*

**Esercizio 4.5** (Esercizio 4.6). *Determinare per quali valori del parametro reale $t$ il sistema $Ax = b$ è compatibile (cioè ammette soluzione). In tali casi determinare esplicitamente le soluzioni.*

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 3 & 0 \\ 1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 2t+1 \end{pmatrix} \qquad b = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 5 \end{pmatrix}$$

**Esercizio 4.6** (Esercizio 4.7). *Si dica per quali valori di $k$ il sistema di equazioni lineari:*

$$\begin{cases} x + y = 1 \\ kx + y + z = 1 - k \\ y + (1-k)z = 1 \end{cases} \qquad (k \text{ parametro reale})$$

*ammette un'unica soluzione. In tale caso trovare la soluzione.*

**Esercizio 4.7** (Esercizio 4.8). *Si consideri il sistema di equazioni lineari:*

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 = k \\ x_1 - x_2 - x_3 = 0 \\ x_1 - kx_2 + kx_3 = k \end{cases} \qquad (k \text{ parametro reale})$$

a) *Si dica per quali valori di $k$ il sistema è compatibile e quando ha infinite soluzioni.*
b) *Per i valori di $k$ che rendono il sistema compatibile, trovare le sue soluzioni.*

**Esercizio 4.8** (Esercizio 7.1). *Determinare il rango delle seguenti matrici al variare del parametro $t \in \mathbb{R}$.*

$$A_1 = \begin{bmatrix} 1 & -4 & 2 \\ 0 & t+1 & -1 \\ 0 & 0 & t-3 \end{bmatrix} \qquad A_2 = \begin{bmatrix} 1 & -4 & 2 \\ 0 & t+1 & -1 \\ 0 & 0 & t-3 \\ 0 & 0 & t \end{bmatrix} \qquad A_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 3 & t \\ 2 & 1 & 2 & t+1 \\ t & 0 & t & 0 \end{bmatrix}$$

**Esercizio 4.9** (Esercizio 7.3). *Determinare per quali valori del parametro reale $t$ il sistema $Ax = b$ è compatibile (cioè ammette soluzione). In tali casi determinare esplicitamente le soluzioni.*

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 3 & 0 \\ 1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 2t+1 \end{bmatrix} \qquad b = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 5 \end{bmatrix}$$

**Esercizio 4.10** (Esercizio 7.4). *Si considerino le matrici (dove $k$ è un parametro reale)*

$$A = \begin{bmatrix} 6k & 4 & -2 & 2 \\ 4k+1 & 4 & -1 & 1 \\ -2k-1 & -2 & 1 & -1 \\ 2k+3 & 2 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \qquad b = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix}$$

a) *Si stabilisca il rango di $A$ al variare di $k$.*
b) *Si stabilisca per quali valori di $k$ il sistema lineare $Ax = b$ è risolubile e in tali casi se ne determinino le soluzioni.*