CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA.

FOGLIO DI ESERCIZI 2– GEOMETRIA E ALGEBRA LINEARE 2012 /13

Esercizio 2.1. *[2.5]*

a) Determinare la posizione reciproca (cioè se sono incidenti, parallele o sghembe) delle rette r e r' di equazioni parametriche:

$$r: \begin{cases} x = 2t \\ y = t+1 \\ z = t+3 \end{cases} \qquad r': \begin{cases} x = s \\ y = 2 \\ z = s+2 \end{cases}$$

b) Se le rette sono incidenti determinare l'ampiezza dell'angolo tra esse.

Esercizio 2.2. *[2.21]* Nel piano, si considerino le rette r_1, r_2, r_3 di equazioni

$$r_1 : \begin{cases} x = 1-2t \\ y = 2t \end{cases} \qquad r_2 : x - 2y + 1 = 0, \qquad r_3 : 2x + y - 2 = 0.$$

a) Si trovi un'equazione cartesiana della retta r parallela a r_1 e passante per il punto $A = r_2 \cap r_3$.
b) Si trovi un'equazione cartesiana della retta s perpendicolare a r_1 e passante per A.
c) Si calcoli l'angolo tra le rette r_1 e r_2 e tra le rette r_2 e r_3.

Esercizio 2.3. *[2.27] Siano assegnati il punto $A = (1,2,1)$ il piano π e la retta s di equazioni*

$$\pi : x + z = 4, \qquad s: \begin{cases} x = 1+t \\ y = 2 \\ z = 0 \end{cases}$$

a) *Si determini il punto B, proiezione ortogonale di A su π e la retta r passante per A e per B.*
b) *Indicato con C il punto di intersezione tra s e r e con D il punto di intersezione tra s e π, si determini un'equazione della retta CD.*
c) *Si determini l'angolo tra r e la retta CD.*

Esercizio 2.4. *[12.16]* Determinare per quali valori di k il triangolo di vertici $A_1(0,0)$, $A_2(4,2)$ e $A_3(1,k)$ ha area 5.

Esercizio 2.5. *[v. 12.23]* Siano $A = (0,-1,0)$, $B = (-2,0,-3)$, $C = (-1,0,-1)$ punti dello spazio.

a) Calcolare l'area del triangolo di vertici A, B, C.
b) Stabilire se il punto $D = (2,2,2)$ appartiene al piano contenente A, B, C.

Esercizio 2.6. *[12.19]* Calcolare il volume del parallelepipedo di lati $u(1,0,0)$, $v(-3,1,1)$ e $w(-2,2,5)$.

Esercizio 2.7. *[12.20]* Siano $P_1 = (1,-1,0), P_2 = (1,0,-1), P_3 = \left(1 + \frac{2}{\sqrt{3}}, -\frac{1}{\sqrt{3}}, -1 - \frac{1}{\sqrt{3}}\right)$, e $P_4 = (1,2,1)$ quattro punti nello spazio.

a) Calcolare l'angolo tra i vettori $\overrightarrow{P_1P_2}$ e $\overrightarrow{P_2P_3}$.
b) Calcolare il volume del prisma con base il triangolo $P_1P_2P_3$ e lato il segmento P_1P_4.

Esercizio 2.8. *[12.22]* Si considerino i piani π_1, π_2, π_3 di equazioni:

$$\pi_1 : 2x - y = 1, \qquad \pi_2 : x + y + z = 0, \qquad \pi_3 : x - 2z = 1.$$

a) Si determini l'insieme intersezione dei tre piani.
b) Si trovi il piano π_4 passante per l'origine e perpendicolare alla retta $r = \pi_1 \cap \pi_2$.
c) Si determini l'area del triangolo di vertici A, B, C, con $A = \pi_1 \cap \pi_2 \cap \pi_3$, $B = \pi_1 \cap \pi_3 \cap \pi_4$, $C = \pi_2 \cap \pi_3 \cap \pi_4$.

Esercizio 2.9. *[1.2]* Per ognuna delle seguenti coppie di matrici A, B e scalari λ, $\mu \in \mathbb{R}$, calcolare $A+B$, $B-A$, $\lambda A+\mu B$, AB, BA, A^2:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 2 \end{bmatrix} \qquad B = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ -1 & 4 \end{bmatrix} \qquad \lambda = \frac{1}{2},\ \mu = 0$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 3 & -1 & -1 \\ 2 & 0 & -1 \end{bmatrix} \qquad B = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 2 \\ -1 & 4 & 5 \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \qquad \lambda = 2,\ \mu = -1$$

Esercizio 2.10. *[1.3]* Date le seguenti matrici:

$$A_1 = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 5 & -3 \\ 3 & -1 & 0 & 2 \\ 4 & 0 & 0 & -2 \end{bmatrix}; \qquad A_2 = \begin{bmatrix} 0 & -2 & 5 \\ 4 & -3 & 2 \end{bmatrix}; \qquad A_3 = \begin{bmatrix} 5 & 0 \\ -1 & 2 \\ 4 & 5 \\ 5 & -1 \end{bmatrix};$$

$$A_4 = \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ -1 & 10 \\ -2 & 0 \end{bmatrix}; \qquad A_5 = \begin{bmatrix} -2 & 4 & 1 \\ -4 & 4 & 4 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; \qquad A_6 = \begin{bmatrix} -3 & 1 & -1 \\ -8 & 5 & 3 \end{bmatrix};$$

calcolare, quando possibile, i prodotti $A_i \cdot A_j$ per $i, j = 1, 2, 3, 4, 5, 6$.

Esercizio 2.11. *[1.4]* Date le matrici

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \end{bmatrix} \qquad I_4 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

calcolare i prodotti AI_4 e I_4A^T.

Esercizio 2.12. *[1.5]* Date le matrici

$$A = \begin{bmatrix} -2 & \frac{1}{2} & 3 & 1 \end{bmatrix} \qquad B = \begin{bmatrix} 1 & -3 & \frac{2}{3} & 1 \end{bmatrix}$$

calcolare $3A - 2B$ e AB^T.

Esercizio 2.13. *[1.6]* Calcolare la potenza A^3 della matrice

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 0 & 3 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$