

CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA.

FOGLIO DI ESERCIZI 1- GEOMETRIA E ALGEBRA LINEARE 2012 /13

Esercizio 1.1. [2.1] Determinare l'equazione parametrica e Cartesiana della retta del piano

- Passante per i punti $A(1, 2)$ e $B(-1, 3)$.
- Passante per il punto $C(2, 3)$ e parallela al vettore $\overrightarrow{OP} = (-1, 2)$.
- Di equazione Cartesiana $y = 2x + 5$. Determinare inoltre un punto appartenente a tale retta.

Esercizio 1.2. [2.2] Determinare l'equazione parametrica e Cartesiana della retta dello spazio

- Passante per i punti $A(1, 0, 2)$ e $B(3, -1, 0)$.
- Passante per il punto $P(1, 3, 1)$ e parallela al vettore $\overrightarrow{OQ} = (2, 0, 0)$.
- Di equazioni Cartesiane

$$\begin{cases} y = 3x + 1 \\ y - x + z = 0 \end{cases}$$

Determinare inoltre un punto appartenente a tale retta.

Esercizio 1.3. [2.3]

- Determinare l'equazione parametrica e Cartesiana del piano π passante per i punti $A(1, 3, 1)$, $B(2, 0, 0)$ e $C(0, 1, 1)$. Il punto $P(0, 2, 0)$ appartiene a tale piano?
- Determinare una equazione della retta passante per A ortogonale a π .

Esercizio 1.4. [2.4] Sia r la retta di \mathbb{R}^3 passante per i punti $A(1, -1, 2)$ e $B(-2, 0, 1)$, e sia s la retta contenente $C(1, 3, -3)$ e parallela al vettore $\overrightarrow{OD}(2, -2, 3)$.

- Determinare la posizione reciproca delle due rette (cioè se sono incidenti, parallele o sghembe).
- Se sono incidenti determinarne il punto di intersezione.

Esercizio 1.5. [2.7]

- Determinare equazioni parametriche della retta r passante per i punti $A = (2, 3, 1)$ e $B = (0, 0, 1)$ e della retta s passante per i punti $C = (0, 0, 0)$ e $D = (4, 6, 0)$.
- Stabilire se r e s sono complanari. In caso affermativo, trovare un'equazione cartesiana del piano contenente r e s .

Esercizio 1.6. [2.9] Si considerino le rette di equazioni cartesiane

$$r : \begin{cases} x + 2y = 0 \\ y - z = 0 \end{cases} \quad s : \begin{cases} 2x = 0 \\ x + y + z = 0 \end{cases}$$

- Dopo avere verificato che le due rette sono incidenti, determinare l'equazione cartesiana della retta passante per $P(1, 1, 1)$ e incidente r e s .
- Determinare l'equazione cartesiana del piano passante per $C(1, 2, -3)$ e perpendicolare a r .
- Determinare equazioni cartesiane della retta passante per il punto $P = (1, 1, 1)$ e perpendicolare alle due rette r e s .

Esercizio 1.7. [2.10] Sia r la retta nello spazio passante per i punti $A = (0, 0, 1)$ e $B = (-2, -1, 0)$. Sia s la retta passante per i punti $C = (1, 1, 1)$ e $D = (-1, 0, 0)$.

- Mostrare che le due rette sono complanari e trovare un'equazione del piano π che le contiene.
- Trovare equazioni parametriche della retta per l'origine ortogonale al piano π del punto a).

Esercizio 1.8. [2.13] Si considerino i piani dello spazio

$$\pi : x - y + z = 0 \quad \text{e} \quad \pi' : 8x + y - z = 0.$$

- Stabilire la posizione reciproca dei due piani.
- Trovare un'equazione cartesiana del piano passante per $P = (1, 1, 1)$ e perpendicolare ai piani π e π' .

Esercizio 1.9. [2.18] Si considerino i piani π_1, π_2, π_3 di equazioni

$$\begin{aligned}\pi_1 &: z - 3 = 0 \\ \pi_2 &: x + y + 2 = 0 \\ \pi_3 &: 3x + 3y - z + 9 = 0\end{aligned}$$

e la retta $r = \pi_1 \cap \pi_2$.

- Si stabilisca se il piano π_3 contiene r .
- Si trovi un'equazione cartesiana del piano π_4 passante per l'origine e contenente r .
- Si calcoli la proiezione ortogonale dell'origine sul piano π_1 .

Esercizio 1.10. [2.20] Si considerino la retta r di equazione

$$r : \begin{cases} x = 2 + t \\ y = -3 - 2t \\ z = 1 \end{cases}$$

e la famiglia di piani $\pi_k : 2x + ky - z = 1$ dove k è un parametro reale.

Si determini per quali k il piano π_k risulta parallelo a r .

Esercizio 1.11. [12.9] Si determini la distanza del punto $P(3, 1, 2)$ dalla retta r di equazione parametrica

$$r : \begin{cases} x = 6 + t \\ y = 2 + 2t \\ z = -1 - 3t \end{cases}$$

Esercizio 1.12. [12.10] Si determini la distanza del punto $P(-1, 0, 2)$ dal piano π di equazione $\pi : x - 2y + 3z = -9$.