CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA

FOGLIO DI ESERCIZI # 10– GEOMETRIA E ALGEBRA LINEARE 2011-2012

Esercizio 10.1 (9.7)**.** *Date le matrici*

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & 4 \end{bmatrix} \qquad B = \begin{bmatrix} -3 & 1 & -1 \\ -7 & 5 & -1 \\ -6 & 6 & -2 \end{bmatrix} \qquad C = \begin{bmatrix} 1 & -3 & 3 \\ 3 & -5 & 3 \\ 6 & -6 & 4 \end{bmatrix}$$

a) *Si determini il polinomio caratteristico di ciascuna matrice.*
b) *Si determinino gli autovalori, e i relativi autospazi, di ciascuna matrice.*
c) *Si stabilisca se le matrici sono diagonalizzabili.*

Esercizio 10.2. *Sia T l'endomorfismo di $\mathbf{R}^3$ definito da*

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

a) *Stabilire se esistono autovettori di T ed eventualmente determinarli.*
b) *Stabilire se T è diagonalizzabile.*
c) *Determinare la base rispetto alla quale T ha matrice associata D diagonale e determinare la matrice diagonale D e la matrice P diagonalizzante (cioé tale che $P^{-1}AP = D$).*

Esercizio 10.3 (9.8)**.** *Si consideri la matrice*

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 6 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

a) *Determinare autovalori e autovettori di A.*
b) *Stabilire se la matrice A è diagonalizzabile.*

Esercizio 10.4 (Esercizio 9.2)**.** *Sia $T : \mathbf{R}^3 \to \mathbf{R}^3$ l'applicazione lineare definita da*

$$T(x, y, z) = (x,\ y + 3z,\ x + y - z)$$

a) *Si determinino gli autovalori di T.*
b) *Si determinino gli autovettori e gli autospazi di T.*
c) *Si stabilisca se T è diagonalizzabile, e in caso positivo si determini la matrice P diagonalizzante.*

Esercizio 10.5 (Esercizio 9.13)**.** [Esercizio 21) cap. 7 del testo *Geometria e algebra lineare* di Manara, Perotti, Scapellato]

Discutere la diagonalizzabilità delle seguenti matrici al variare del parametro reale k.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & k & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \qquad B = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & k & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad C = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 5 \\ 0 & k & 4 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad D = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & k & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Esercizio 10.6. *Sia*

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 3 \\ 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

la matrice associata all'applicazione lineare $T : \mathbf{R}^3 \to \mathbf{R}^3$ rispetto alla base

$$\mathcal{B} = \{\ 1, 1, 0),\ (0, 3, 0),\ (0, 1, 1)\ \}$$

a) *Si determinino gli autovalori di T.*
b) *Si determinino gli autovettori e gli autospazi di T.*
c) *Si stabilisca se T è diagonalizzabile.*

Esercizio 10.7. *Si consideri la matrice ad elementi reali*

$$A = \begin{bmatrix} 3-k & -1 & 0 \\ k & 2 & k \\ 0 & 1 & 3-k \end{bmatrix}$$

a) *Determinare gli autovalori della matrice A.*
b) *Stabilire per quali valori del parametro reale k la matrice data è diagonalizzabile.*

Esercizio 10.8. *Siano A e B le matrici reali*

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 4 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix} \quad e \quad B = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ k & 1 & 0 \\ 5 & k-1 & 1 \end{bmatrix}$$

a) *Determinare, se esistono, i valori del parametro reale k per cui A e B sono simili.*

Esercizio 10.9. *Sia T l'endomorfismo di $\mathbf{R}^4$ cos definito:*

$$T(x_1, x_2, x_3, x_4) = (x_1 + 2x_2, 2x_1 + x_2, kx_3 + x_4, x_4).$$

a) Calcolare gli autovalori e gli autovettori di T.
b) Stabilire per quali valori reali di k l'endomorfismo T diagonalizzabile.

Esercizio 10.10. *Si consideri la matrice*

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

a) Calcolare gli autovalori e gli autovettori di A.