

CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA.

FOGLIO DI ESERCIZI 3- GEOMETRIA E ALGEBRA LINEARE 2011/12

Esercizio 3.1. [4.1] Risolvere il seguente sistema non omogeneo:

$$\begin{cases} 2x + 4y + 4z = 4 \\ x - z = 1 \\ -x + 3y + 4z = 2 \end{cases}$$

Esercizio 3.2. [4.2] Risolvere il seguente sistema omogeneo:

$$\begin{cases} x + 2y + w = 0 \\ 2x + 5y + 4z + 4w = 0 \\ 3x + 5y - 6z + 4w = 0. \end{cases}$$

Scrivere le soluzioni anche in forma vettoriale.

Esercizio 3.3. [4.3] Si consideri il sistema di equazioni lineari:

$$\begin{cases} kx + ky + k^2z = 4 \\ x + y + kz = k \\ x + 2y + 3z = 2k \end{cases}$$

- a) Si dica per quali valori del parametro reale k il sistema è compatibile.
- b) Esistono valori di k per i quali il sistema ha infinite soluzioni? In tali casi determinare le soluzioni.

Esercizio 3.4. [4.5] Si risolva il seguente sistema di equazioni lineari:

$$\begin{cases} x + y + 2z = 1 \\ (k + 2)x + 2y + 4z = 2 \\ (1 + 2k)x + 3y + 2z = 1 + 2k \end{cases}$$

al variare del parametro reale k .

Esercizio 3.5. [7.1] Determinare il rango delle seguenti matrici al variare del parametro $t \in \mathbf{R}$.

$$A_1 = \begin{bmatrix} 1 & -4 & 2 \\ 0 & t+1 & -1 \\ 0 & 0 & t-3 \end{bmatrix} \quad A_2 = \begin{bmatrix} 1 & -4 & 2 \\ 0 & t+1 & -1 \\ 0 & 0 & t-3 \\ 0 & 0 & t \end{bmatrix} \quad A_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 3 & t \\ 2 & 1 & 2 & t+1 \\ t & 0 & t & 0 \end{bmatrix}$$

Esercizio 3.6. [7.2] Siano $v, w \in \mathbf{R}^n$ vettori colonna. Dimostrare che la matrice $A = vw^T \in M_n(\mathbf{R})$ ha rango 0 oppure 1.

Esercizio 3.7. [7.4] Si considerino le matrici (dove k è un parametro reale)

$$A = \begin{bmatrix} 6k & 4 & -2 & 2 \\ 4k+1 & 4 & -1 & 1 \\ -2k-1 & -2 & 1 & -1 \\ 2k+3 & 2 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix}$$

- a) Si stabilisca il rango di A al variare di k .
- b) Si stabilisca per quali valori di k il sistema lineare $Ax = b$ è risolubile e in tali casi se ne determinino le soluzioni.

Esercizio 3.8. [7.14] Si consideri il sistema di equazioni lineari:

$$\begin{cases} x_1 - x_2 = t - 2 \\ tx_1 + (t - 4)x_2 = 0 \\ 2x_1 + (2 - 2t)x_2 = 2t - 4 \end{cases} \quad (t \text{ parametro reale})$$

- a) Si dica per quali valori di t il sistema è compatibile.
- b) Per i valori di t che rendono il sistema compatibile, trovare le sue soluzioni.

Esercizio 3.9. [7.21] Si consideri la matrice

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 6 & 2k+2 \\ 3 & k+11 & 5k+7 \\ -1 & -3 & k^2-3 \end{bmatrix}$$

dove k è un parametro reale.

- a) Si calcoli il rango di A .
- b) Si stabilisca per quali valori di k il sistema $Ax = b$ ha soluzione per ogni $b \in \mathbf{R}^3$.

Esercizio 3.10. [7.7] Si consideri il sistema lineare

$$\begin{cases} -x + 2y + 3z = k + 3 \\ -2x + 6y + (k + 7)z = 2k + 9 \\ x - 4y - 2z = k - 2 \\ 3x - 6y + (k - 7)z = k^2 - k - 9 \end{cases} \quad (k \text{ parametro reale})$$

- a) Si dica per quali valori di k il sistema ammette una unica soluzione e per quali k ne ammette infinite.
- b) Si determinino tutte le soluzioni del sistema.