

CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA EDILE/ARCHITETTURA

FOGLIO DI ESERCIZI 10 – GEOMETRIA 2009/10

Esercizio 10.1. [15.1] Utilizzando le coordinate omogenee, determinare l'equazione della retta r passante per i punti $A(2, 3)$ e $B(-1, 0)$ e della retta s passante per A e di direzione $\vec{v}(1, 2)$. Determinare inoltre il punto improprio di r e s .

Esercizio 10.2. [15.2] Utilizzando le coordinate omogenee, determinare l'equazione del piano π_1 passante per i punti $A(2, 3, 0)$, $B(3, 1, -1)$ e $C(0, 0, 1)$ e del piano π_2 passante per A e B e parallelo alla retta $x + y = x - z = 0$.

Esercizio 10.3. [15.3] Stabilire se il piano di coordinate omogenee $N = (1, -2, 0, -3)$ passa per il punto $P(1, -1, 2)$.

Esercizio 10.4. [15.4] Determinare un'equazione parametrica della retta r passante per i punti $A(1, 2, -5)$ e $B(-1, 0, 3)$, e trovarne il punto all'infinito.

Esercizio 10.5. [15.5] Si consideri la proiezione centrale T sul piano $x + y = 1$ dal centro $C(1, 2, -1)$. Dopo avere determinato la matrice di T , stabilire in cosa vengono trasformati i punti $A(1, 5, 0)$ e $B(1, 0, 0)$.

Esercizio 10.6. [15.6] Determinare la matrice della proiezione parallela T sul piano $x - y + 2z = 0$ di direzione $\vec{v} = (1, 0, -1)$. Dopo avere determinato la matrice di T , stabilire in cosa viene trasformata la retta $r : x + y = z = 0$.

Esercizio 10.7. [15.7] Sia π il piano di equazione $x + 2y - z = 0$ e C il punto di coordinate $(0, 1, -1)$.

- Si determini la matrice della proiezione dal centro C sul piano di vista π .
- Si trovino equazioni delle proiezioni delle rette

$$r : x + y = x + z - 1 = 0 \qquad s : x = y = z + 1$$

Esercizio 10.8. [15.8] Sia π il piano di equazione $3x - y + z = 1$ e \vec{v} il vettore $(1, 1, 1)$.

- Si determini la matrice della proiezione parallela nella direzione di \vec{v} sul piano di vista π .
- Stabilire se si tratta di una proiezione ortogonale o obliqua.

Esercizio 10.9. [15.9] Siano $M = (1, 1, 1)$, $N = (3, 2, 1)$, $L = (1, 2, 2)$ punti dello spazio \mathbf{R}^3 . Sia $C = (-1, 0, 1)$.

- Si calcoli l'area del triangolo MNL .
- Si determini l'insieme $M'N'L'$ che si ottiene proiettando il triangolo MNL dal centro C sul piano $x + y = 0$.
- Si calcoli l'area del triangolo $M'N'L'$.

Esercizio 10.10. [15.10] Sia r la retta dello spazio di equazioni cartesiane $r : 2x - y + 1 = x - z = 0$.

- Si trovino equazioni cartesiane ed equazioni parametriche della retta r' ottenuta proiettando r sul piano $x + y + z = 0$ dal centro $C = (2, 1, 1)$.
- Trovare coordinate omogenee del punto all'infinito della retta r' e stabilire se r e r' sono parallele.

Esercizio 10.11. [15.11] Sia π il piano dello spazio di equazione cartesiana

$$\pi : x - y + z + 1 = 0.$$

- Si calcoli la matrice della proiezione sul piano π dal centro di proiezione $C = (1, 1, 1)$.
- Si calcoli il punto improprio P_∞ della retta $r : x - y = z = 0$ e la proiezione di P_∞ sul piano π (dal centro C). Cosa si può dire della posizione reciproca di r e π ?