CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA EDILE/ARCHITETTURA

FOGLIO DI ESERCIZI 4 – GEOMETRIA 2009/10

Esercizio 4.1. *[7.9]* Si consideri il sistema di equazioni lineari:

$$\begin{cases} kx + ky + k^2 z & = 4 \\ x + y + kz & = k \\ x + 2y + 3z & = 2k \end{cases}$$

a) Si dica per quali valori del parametro reale k il sistema è compatibile.
b) Esistono valori di k per i quali il sistema ha infinite soluzioni?

Esercizio 4.2. *[7.10]* Dato il sistema

$$\begin{cases} x + kz = 1 \\ x + (k-1)y + (k+1)z = 1 \\ x + (k-1)y + (k^2+4k+3)z = k+3 \end{cases}$$

determinare per quali valori di $k \in \mathbf{R}$ il sistema ammette soluzioni. In tali casi stabilire anche se ne ammette una o infinite.

Esercizio 4.3. *[7.20]* Si consideri la matrice

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 6 & 2k+2 \\ 3 & k+11 & 5k+7 \\ -1 & -3 & k^2-3 \end{bmatrix}$$

dove k è un parametro reale.

a) Si calcoli il rango di A.
b) Si stabilsca per quali valori di k il sistema $Ax = b$ ha soluzione per ogni $b \in \mathbf{R}^3$.

Esercizio 4.4. *[4.9]* Sia

$$S = \left\{ (x, y, z) \in \mathbf{R}^3 \mid x + y + (k+1)z = k, \quad 2x + y + z = 0 \right\}$$

a) Stabilire per quali valori di k l'insieme S è un sottospazio di $\mathbf{R}^3$.
b) Per i valori di k trovati al punto precedente esplicitare S.

Esercizio 4.5. *[4.10]* Sia

$$S = \left\{ (x, y, z) \in \mathbf{R}^3 \mid x - 2y + kz = k-1, \ x - 2y + z = 0, \ -2x + 4ky - 2z = 0 \right\}$$

a) Stabilire per quali valori di k l'insieme S è un sottospazio di $\mathbf{R}^3$.
b) Per i valori di k trovati al punto precedente esplicitare S.

Esercizio 4.6. *[4.11]* Sia S il sottoinsieme di $\mathbf{R}^5$

$$S = \left\{ x \in \mathbf{R}^5 \mid x_1 - x_2 + 2x_5 = k, \ x_1 + x_3 + kx_4 = 0 \right\}.$$

a) Per quali valori del parametro reale k l'insieme S è un sottospazio vettoriale di $\mathbf{R}^5$?
b) Per i valori determinati al punto a) esplicitare S.

Esercizio 4.7. *[7.21]* Siano dati i seguenti vettori di $\mathbf{R}^3$:

$$v_1 \equiv (2, 1, 1), \qquad v_2 \equiv (-1, 1, 2), \qquad v_3 \equiv (3, -2, -1), \qquad v_4 \equiv (4, -1, -2).$$

Stabilire se v_4 è combinazione lineare di v_1, v_2 e v_3.

Esercizio 4.8. *[7.22]* Siano dati i segunti vettori di $\mathbf{R}^3$:

$$v_1 \equiv (1, 1, 1), \qquad v_2 \equiv (2, 7, 7), \qquad v_3 \equiv (0, k^2+2, 3), \qquad v_4 \equiv (1, k+3, k^2+2).$$

Stabilire se v_4 è combinazione lineare di v_1, v_2 e v_3 al variare del parametro k.

Esercizio 4.9. *[6.4]* Calcolare l'inversa delle matrici (invertibili)

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} \qquad\qquad B = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 1 & 1 & 2 \\ 2 & 0 & 7 \end{bmatrix}$$

utilizzando il metodo della riduzione a gradini.

Esercizio 4.10. *[v. 6.7]* Si calcoli la matrice inversa di

$$A = \begin{bmatrix} -1 & -2 & 1 \\ 0 & -4 & 0 \\ 1 & -2 & 3 \end{bmatrix}$$

Esercizio 4.11. *[6.9]* Sia A la matrice reale

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 3k & 8+2k & k-1 \\ 0 & 8k+8 & 0 \end{bmatrix} \qquad (t \text{ reale}).$$

a) Calcolare il rango di A al variare del parametro k.
b) Esistono valori di k per i quali la matrice è invertibile?

Esercizio 4.12. *[6.11]* Sia A la matrice reale

$$A = \begin{bmatrix} 1 & k & 0 \\ 0 & 1 & k-4 \\ 2 & k & 0 \end{bmatrix} \qquad (k \text{ reale}).$$

a) Stabilire per quali valori di k la matrice A è invertibile.
b) Per i valori di k trovati al punto precedente determinare l'inversa di A.