CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA EDILE/ARCHITETTURA

FOGLIO DI ESERCIZI 3 – GEOMETRIA 2009/10

Esercizio 3.1. *[4.1]* Risolvere il seguente sistema non omogeneo:

$$\begin{cases} 2x+4y+4z=4 \\ x-z=1 \\ -x+3y+4z=2 \end{cases}$$

Esercizio 3.2. *[4.2]* Risolvere il seguente sistema omogeneo:

$$\begin{cases} x+2y+w=0 \\ 2x+5y+4z+4w=0 \\ 3x+5y-6z+4w=0. \end{cases}$$

Scrivere le soluzioni anche in forma vettoriale.

Esercizio 3.3. *[4.3]* Si consideri il sistema di equazioni lineari:

$$\begin{cases} kx+ky+k^2z & =4 \\ x+y+kz & =k \\ x+2y+3z & =2k \end{cases}$$

a) Si dica per quali valori del parametro reale k il sistema è compatibile.
b) Esistono valori di k per i quali il sistema ha infinite soluzioni? In tali casi determinare le soluzioni.

Esercizio 3.4. *[7.1]* Determinare il rango delle seguenti matrici al variare del parametro $t \in \mathbf{R}$.

$$A_1 = \begin{bmatrix} 1 & -4 & 2 \\ 0 & t+1 & -1 \\ 0 & 0 & t-3 \end{bmatrix} \qquad A_2 = \begin{bmatrix} 1 & -4 & 2 \\ 0 & t+1 & -1 \\ 0 & 0 & t-3 \\ 0 & 0 & t \end{bmatrix} \qquad A_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 3 & t \\ 2 & 1 & 2 & t+1 \\ t & 0 & t & 0 \end{bmatrix}$$

Esercizio 3.5. *[7.4]* Si considerino le matrici (dove k è un parametro reale)

$$A = \begin{bmatrix} 6k & 4 & -2 & 2 \\ 4k+1 & 4 & -1 & 1 \\ -2k-1 & -2 & 1 & -1 \\ 2k+3 & 2 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \qquad b = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix}$$

a) Si stabilisca il rango di A al variare di k.
b) Si stabilisca per quali valori di k il sistema lineare $Ax=b$ è risolubile e in tali casi se ne determinino le soluzioni.

Esercizio 3.6. *[7.7]* Si consideri il sistema lineare

$$\begin{cases} -x+2y+3z=k+3 \\ -2x+6y+(k+7)z=2k+9 \\ x-4y-2z=k-2 \\ 3x-6y+(k-7)z=k^2-k-9 \end{cases} \qquad (k \text{ parametro reale})$$

a) Si dica per quali valori di k il sistema ammette una unica soluzione e per quali k ne ammette infinite.
b) Si determinino tutte le soluzioni del sistema.

Esercizio 3.7. *[7.14]* Si consideri il sistema di equazioni lineari:

$$\begin{cases} x_1-(k+1)x_2=k \\ 2x_1-2x_2=2k \\ (k+2)x_1+(k-2)x_2=0 \end{cases} \qquad (t \text{ parametro reale})$$

a) Si dica per quali valori di k il sistema è compatibile.
b) Per i valori di k che rendono il sistema compatibile, trovare le sue soluzioni.

Esercizio 3.8. *[7.16]* Al variare del parametro reale k, si risolva il sistema di equazioni lineari omogenee:

$$\begin{cases} 2kx_2 + x_3 - x_4 = 0 \\ x_1 - 2x_3 + kx_4 = 0 \\ x_1 - 2kx_3 + x_4 = 0 \end{cases} \qquad (t \text{ parametro reale})$$

Esercizio 3.9. *[7.17]* Si consideri il sistema lineare dipendente dal parametro reale k

$$\begin{cases} x_1 + kx_2 + x_3 + x_4 = 1 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 + x_4 = 1 \\ kx_1 + kx_4 = 1 \end{cases}$$

a) Si determini per quali valori di k il sistema ammette soluzione.
b) Si stabilisca se esistono valori di k per i quali il sistema ha soluzione unica.