CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA EDILE/ARCHITETTURA

FOGLIO DI ESERCIZI 3– GEOMETRIA 2008/09

Esercizio 3.1. *[4.1]* Risolvere il seguente sistema non omogeneo:

$$\begin{cases} 2x + 4y + 4z = 4 \\ x - z = 1 \\ -x + 3y + 4z = 3 \end{cases}$$

Esercizio 3.2. *[4.2]* Risolvere il seguente sistema omogeneo:

$$\begin{cases} x + 2y + w = 0 \\ 2x + 5y + 4z + 4w = 0 \\ 3x + 5y - 6z + 4w = 0. \end{cases}$$

Scrivere le soluzioni anche in forma vettoriale.

Esercizio 3.3. *[4.3]* Si consideri il sistema di equazioni lineari:

$$\begin{cases} kx + ky + k^2 z & = 4 \\ x + y + kz & = k \\ x + 2y + 3z & = 2k \end{cases}$$

a) Si dica per quali valori del parametro reale k il sistema è compatibile.
b) Esistono valori di k per i quali il sistema ha infinite soluzioni? In tali casi determinare le soluzioni.

Esercizio 3.4. *[7.1]* Determinare il rango delle seguenti matrici al variare del parametro $t \in \mathbf{R}$.

$$A_1 = \begin{bmatrix} 1 & -4 & 2 \\ 0 & t+1 & -1 \\ 0 & 0 & t-3 \end{bmatrix} \qquad A_2 = \begin{bmatrix} 1 & -4 & 2 \\ 0 & t+1 & -1 \\ 0 & 0 & t-3 \\ 0 & 0 & t \end{bmatrix} \qquad A_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 3 & t \\ 2 & 1 & 2 & t+1 \\ t & 0 & t & 0 \end{bmatrix}$$

Esercizio 3.5. *[7.3]* Determinare per quali valori del parametro reale t il sistema $Ax = b$ è compatibile (cioè ammette soluzione). In tali casi determinare esplicitamente le soluzioni.

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 3 & 0 \\ 1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 2t+1 \end{bmatrix} \qquad b = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 5 \end{bmatrix}$$

Esercizio 3.6. *[7.5]* Si dica per quali valori di k il sistema di equazioni lineari:

$$\begin{cases} x + y = 1 \\ kx + y + z = 1 - k \\ y + (1-k)z = 1 \end{cases} \qquad (k \text{ parametro reale})$$

ammette un'unica soluzione.

Esercizio 3.7. *[7.7]* Si consideri il sistema lineare

$$\begin{cases} -x + 2y + 3z = k + 3 \\ -2x + 6y + (k+7)z = 2k + 9 \\ x - 4y - 2z = k - 2 \\ 3x - 6y + (k-7)z = k^2 - k - 9 \end{cases} \qquad (k \text{ parametro reale})$$

a) Si dica per quali valori di k il sistema ammette una unica soluzione e per quali k ne ammette infinite.
b) Si determinino tutte le soluzioni del sistema.

Esercizio 3.8. *[7.10]* Si consideri il sistema lineare

$$\begin{cases} x + ky + z = 2k - 1 \\ kx + y + z = 5 \\ x + y + kz = 0 \end{cases} \qquad (k \text{ parametro reale})$$

a) Si dica per quali valori di k il sistema è risolubile.
b) Si dica per quali valori di k il sistema ammette un'unica soluzione.

Esercizio 3.9. *[7.12]* Si consideri il sistema lineare

$$\begin{cases} (1 + k)x = 0 \\ ky + z + w = 2 \\ x + kz + 2w = k \\ x + kw = 0 \end{cases} \qquad (k \text{ parametro reale})$$

a) Si dica per quali valori di k il sistema ammette una unica soluzione.
b) Si determinino tutte le soluzioni del sistema per $k = 0$.

Esercizio 3.10. *[v. 6.7]* Si calcoli la matrice inversa della seguente matrice A

$$A = \begin{bmatrix} -1 & -2 & -1 \\ 0 & -4 & 0 \\ 1 & -2 & 3 \end{bmatrix} \qquad (k \text{ reale}).$$

Esercizio 3.11. *[v. 6.6]* Sia A la matrice reale

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ k & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

a) Stabilire per quali valori di k la matrice è invertibile.
b) Trovare la matrice inversa di A per $k = 1$.

Esercizio 3.12. *[6.11]* Sia A la matrice reale

$$A = \begin{bmatrix} 1 & k & 0 \\ 0 & 1 & k - 4 \\ 2 & k & 0 \end{bmatrix} \qquad (k \text{ reale}).$$

a) Stabilire per quali valori di k la matrice A è invertibile.
b) Per i valori di k trovati al punto precedente determinare l'inversa di A.