Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

La Matematica delle simmetrie del Sudoku

Andrea Caranti

Dipartimento di Matematica
Università degli Studi di Trento
http://science.unitn.it/∼caranti

Genova, 1 novembre 2006
Festival della Scienza

Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Premessa

- Ho fatto questa conferenza per la prima volta a Genova, il 1 novembre 2006, in occasione del Festival della Scienza

  www.festivalscienza.it
- Questa è una versione riveduta e corretta della presentazione originale.
- Ho lasciato alcuni riferimenti ad altri eventi del Festival, che trattavano di argomenti correlati.

Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Premessa

- Ho fatto questa conferenza per la prima volta a Genova, il 1 novembre 2006, in occasione del Festival della Scienza

  www.festivalscienza.it
- Questa è una versione riveduta e corretta della presentazione originale.
- Ho lasciato alcuni riferimenti ad altri eventi del Festival, che trattavano di argomenti correlati.

Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Premessa

- Ho fatto questa conferenza per la prima volta a Genova, il 1 novembre 2006, in occasione del Festival della Scienza

  www.festivalscienza.it
- Questa è una versione riveduta e corretta della presentazione originale.
- Ho lasciato alcuni riferimenti ad altri eventi del Festival, che trattavano di argomenti correlati.

Il piano

1. Le regole
   - Le regole del Sudoku
   - Simmetrie
2. Contare
   - Quante griglie Sudoku
   - Permutazioni
   - Contare collane
   - Una formula per contare
   - Gruppi di simmetrie
3. Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
   - Simmetrie
   - Comporre simmetrie
   - Griglie fi ssate
4. Da vedere
   - Letture consigliate

Il piano

1 Le regole
- Le regole del Sudoku
- Simmetrie

2 Contare
- Quante griglie Sudoku
- Permutazioni
- Contare collane
- Una formula per contare
- Gruppi di simmetrie

3 Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
- Simmetrie
- Comporre simmetrie
- Griglie fi ssate

4 Da vedere
- Letture consigliate

Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Le regole

Si parte dal consueto schema

Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Le regole

Si parte dal consueto schema

5								6
			4		8			
		8		2		4		
	7	6		1		8	5	
		5	2		7	1		
		4		9		3		
		9		4		6		
			5		3			
3								1

Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Le regole

Si parte dal consueto schema

5								6
			4		8			
		8		2		4		
	7	6		1		8	5	
		5	2		7	1		
		4		9		3		
		9		4		6		
			5		3			
3								1

Occorre completare lo schema in modo che

Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Le regole

Si parte dal consueto schema

5								6
			4		8			
		8		2		4		
	7	6		1		8	5	
		5	2		7	1		
		4		9		3		
		9		4		6		
			5		3			
3								1

Occorre completare lo schema in modo che

- in ogni riga,

Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Le regole

Si parte dal consueto schema

5								6
			4		8			
		8		2		4		
	7	6		1		8	5	
		5	2		7	1		
		4		9		3		
		9		4		6		
			5		3			
3								1

Occorre completare lo schema in modo che

- in ogni riga,
- in ogni colonna,

Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Le regole

Si parte dal consueto schema

5								6
			4		8			
		8		2		4		
	7	6		1		8	5	
		5	2		7	1		
		4		9		3		
		9		4		6		
			5		3			
3								1

Occorre completare lo schema in modo che

- in ogni riga,
- in ogni colonna,
- e in ogni *blocco* 3×3

Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Le regole

Si parte dal consueto schema

5								6
			4		8			
		8		2		4		
	7	6		1		8	5	
		5	2		7	1		
		4		9		3		
		9		4		6		
			5		3			
3								1

Occorre completare lo schema in modo che

- in ogni riga,
- in ogni colonna,
- e in ogni *blocco* 3×3

compaia ogni numero da 1 a 9 *una volta sola*.

Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Lemma dei cassetti

- Basta dire che ogni numero da 1 a 9 compare in una riga per essere sicuri che compaia una volta sola.
- E viceversa, se riempio una riga usando i numeri da 1 a 9, allora oguno compare una volta sola.
- Questo innocuo fatto, detto *Lemma dei cassetti* ha conseguenze matematiche per niente ovvie.
- Inoltre è una *caratterizzazione* degli insiemi fi niti.
- Con gli insiemi infi niti le cose vanno ben diversamente, vedi l'*albergo di Hilbert* nella mostra *La fabbrica dei numeri* a Palazzo Reale.

Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Lemma dei cassetti

- Basta dire che ogni numero da 1 a 9 compare in una riga per essere sicuri che compaia una volta sola.
- E viceversa, se riempio una riga usando i numeri da 1 a 9, allora oguno compare una volta sola.
- Questo innocuo fatto, detto *Lemma dei cassetti* ha conseguenze matematiche per niente ovvie.
- Inoltre è una *caratterizzazione* degli insiemi fi niti.
- Con gli insiemi infi niti le cose vanno ben diversamente, vedi l'*albergo di Hilbert* nella mostra *La fabbrica dei numeri* a Palazzo Reale.

Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Lemma dei cassetti

- Basta dire che ogni numero da 1 a 9 compare in una riga per essere sicuri che compaia una volta sola.
- E viceversa, se riempio una riga usando i numeri da 1 a 9, allora oguno compare una volta sola.
- Questo innocuo fatto, detto *Lemma dei cassetti* ha conseguenze matematiche per niente ovvie.
- Inoltre è una *caratterizzazione* degli insiemi fi niti.
- Con gli insiemi infi niti le cose vanno ben diversamente, vedi l'*albergo di Hilbert* nella mostra *La fabbrica dei numeri* a Palazzo Reale.

Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Lemma dei cassetti

- Basta dire che ogni numero da 1 a 9 compare in una riga per essere sicuri che compaia una volta sola.
- E viceversa, se riempio una riga usando i numeri da 1 a 9, allora oguno compare una volta sola.
- Questo innocuo fatto, detto *Lemma dei cassetti* ha conseguenze matematiche per niente ovvie.
- Inoltre è una *caratterizzazione* degli insiemi fi niti.
- Con gli insiemi infi niti le cose vanno ben diversamente, vedi l'*albergo di Hilbert* nella mostra *La fabbrica dei numeri* a Palazzo Reale.

Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Lemma dei cassetti

- Basta dire che ogni numero da 1 a 9 compare in una riga per essere sicuri che compaia una volta sola.
- E viceversa, se riempio una riga usando i numeri da 1 a 9, allora oguno compare una volta sola.
- Questo innocuo fatto, detto *Lemma dei cassetti* ha conseguenze matematiche per niente ovvie.
- Inoltre è una *caratterizzazione* degli insiemi fi niti.
- Con gli insiemi infi niti le cose vanno ben diversamente, vedi l'*albergo di Hilbert* nella mostra *La fabbrica dei numeri* a Palazzo Reale.

Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Sudoku Puzzle is not our original puzzle. We found this puzzle in American puzzle magazine, titled *Number Place* and we introduced this puzzle to our Japanese readers at 1984. First our title of this puzzle is *Suuji wa dokushin ni kagiru*. It's means that number is limited only single (unmarried). But this title is too long, then it was abbreviated as *Sudoku*. So *SU* means number, *DOKU* means single.

At those days, Sudoku was not so popular. In 1986, we made a rule for making this puzzle. **Digits must be arranged by symmetry pattern.** After our improvement, this puzzle got a big hit.

Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Sudoku Puzzle is not our original puzzle. We found this puzzle in American puzzle magazine, titled *Number Place* and we introduced this puzzle to our Japanese readers at 1984. First our title of this puzzle is *Suuji wa dokushin ni kagiru*. It's means that number is limited only single (unmarried). But this title is too long, then it was abbreviated as *Sudoku*. So *SU* means number, *DOKU* means single.

At those days, Sudoku was not so popular. In 1986, we made a rule for making this puzzle. **Digits must be arranged by symmetry pattern.** After our improvement, this puzzle got a big hit.

Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Sudoku Puzzle is not our original puzzle. We found this puzzle in American puzzle magazine, titled *Number Place* and we introduced this puzzle to our Japanese readers at 1984. First our title of this puzzle is *Suuji wa dokushin ni kagiru*. It's means that number is limited only single (unmarried). But this title is too long, then it was abbreviated as *Sudoku*. So *SU* means number, *DOKU* means single.

At those days, Sudoku was not so popular. In 1986, we made a rule for making this puzzle. **Digits must be arranged by symmetry pattern.** After our improvement, this puzzle got a big hit.

Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Sudoku Puzzle is not our original puzzle. We found this puzzle in American puzzle magazine, titled *Number Place* and we introduced this puzzle to our Japanese readers at 1984. First our title of this puzzle is *Suuji wa dokushin ni kagiru*. It's means that number is limited only single (unmarried). But this title is too long, then it was abbreviated as *Sudoku*. So *SU* means number, *DOKU* means single.

At those days, Sudoku was not so popular. In 1986, we made a rule for making this puzzle. **Digits must be arranged by symmetry pattern.** After our improvement, this puzzle got a big hit.

Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Sudoku Puzzle is not our original puzzle. We found this puzzle in American puzzle magazine, titled *Number Place* and we introduced this puzzle to our Japanese readers at 1984. First our title of this puzzle is *Suuji wa dokushin ni kagiru*. It's means that number is limited only single (unmarried). But this title is too long, then it was abbreviated as *Sudoku*. So *SU* means number, *DOKU* means single.

At those days, Sudoku was not so popular. In 1986, we made a rule for making this puzzle. **Digits must be arranged by symmetry pattern.** After our improvement, this puzzle got a big hit.

Il piano

1 Le regole
- Le regole del Sudoku
- Simmetrie

2 Contare
- Quante griglie Sudoku
- Permutazioni
- Contare collane
- Una formula per contare
- Gruppi di simmetrie

3 Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
- Simmetrie
- Comporre simmetrie
- Griglie fi ssate

4 Da vedere
- Letture consigliate

Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Uno schema simmetrico

Cosa si intende dicendo che

5								6
			4		8			
		8		2		4		
	7	6		1		8	5	
		5	2		7	1		
		4		9		3		
		9		4		6		
			5		3			
3								1

Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Uno schema simmetrico

Cosa si intende dicendo che *le cifre devono essere sistemate secondo uno schema simmetrico*?

5								6
			4		8			
		8		2		4		
	7	6		1		8	5	
		5	2		7	1		
		4		9		3		
		9		4		6		
			5		3			
3								1

Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Uno schema simmetrico

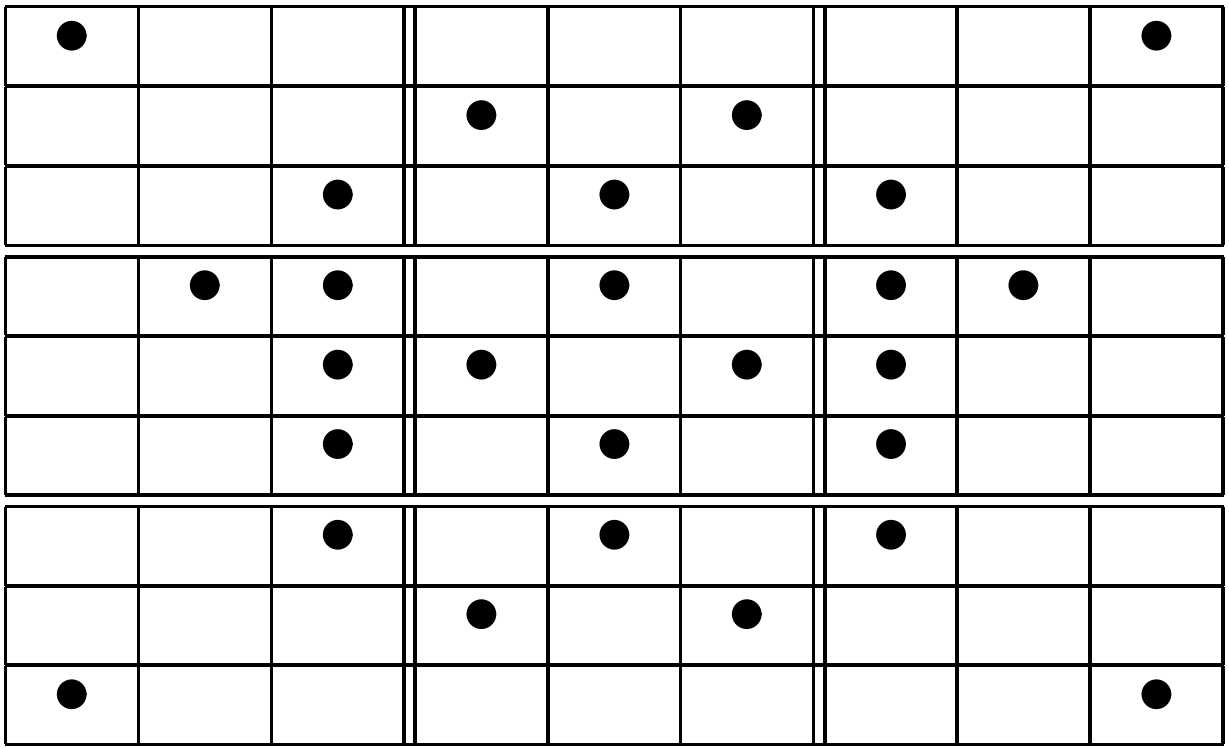
Cosa si intende dicendo che *le cifre devono essere sistemate secondo uno schema simmetrico*?
In questo caso, se tengo solo conto delle *posizioni* già occupate

5								6
			4		8			
		8		2		4		
	7	6		1		8	5	
		5	2		7	1		
		4		9		3		
		9		4		6		
			5		3			
3								1

Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Uno schema simmetrico

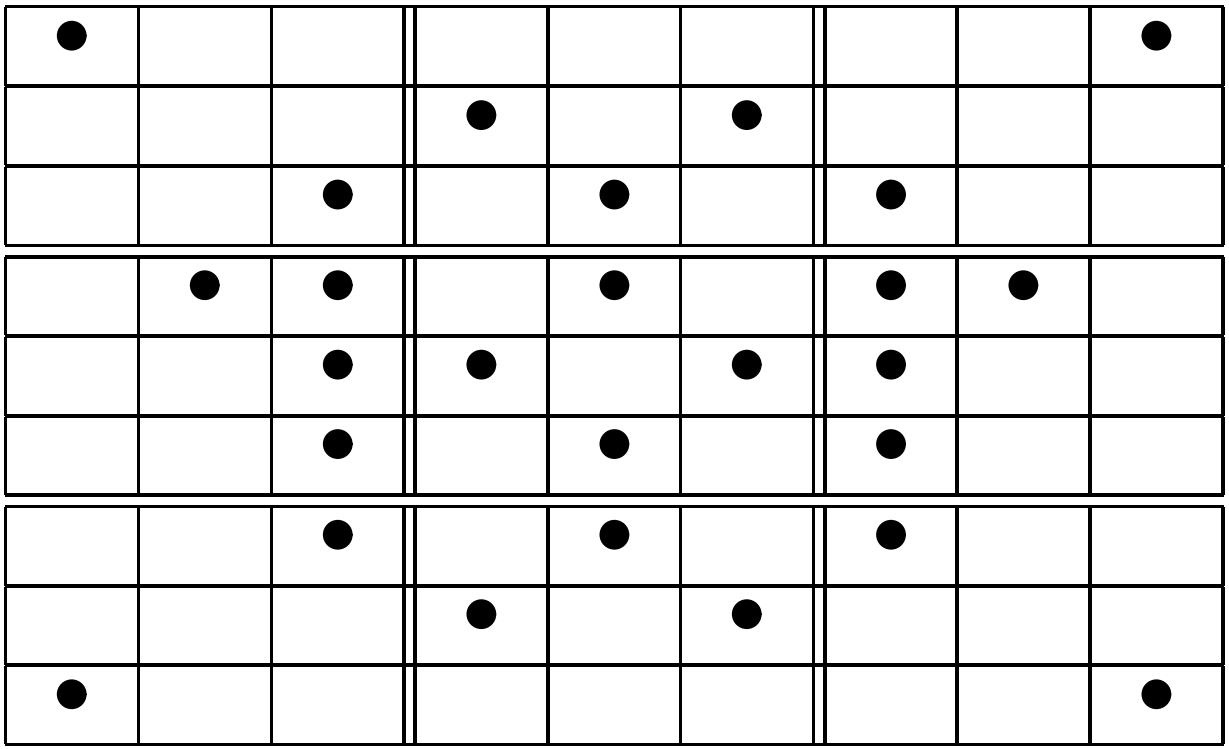
Cosa si intende dicendo che *le cifre devono essere sistemate secondo uno schema simmetrico*?
In questo caso, se tengo solo conto delle *posizioni* già occupate



Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Uno schema simmetrico

Cosa si intende dicendo che *le cifre devono essere sistemate secondo uno schema simmetrico*?
In questo caso, se tengo solo conto delle *posizioni* già occupate, lo schema non cambia se lo *rifletto* rispetto a un asse verticale.



Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Uno schema simmetrico

Cosa si intende dicendo che *le cifre devono essere sistemate secondo uno schema simmetrico*?
In questo caso, se tengo solo conto delle *posizioni* già occupate, lo schema non cambia se lo *rifletto* rispetto a un asse verticale.

5								6
			4		8			
		8		2		4		
	7	6		1		8	5	
		5	2		7	1		
		4		9		3		
		9		4		6		
			5		3			
3								1

Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Un altro tipo di simmetria

Il prossimo schema è invariante per un diverso tipo di simmetria. Questo è invariante per una *rotazione* di π, cioè 180 gradi.

Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Un altro tipo di simmetria

Il prossimo schema è invariante per un diverso tipo di simmetria. Questo è invariante per una *rotazione* di π, cioè 180 gradi.

2	5			1	3	9		
1			2		6			4
		7		9				
	3		1	6	8		4	
				7		6		
9			5		7			1
		1	9	3			5	8

Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Un altro tipo di simmetria

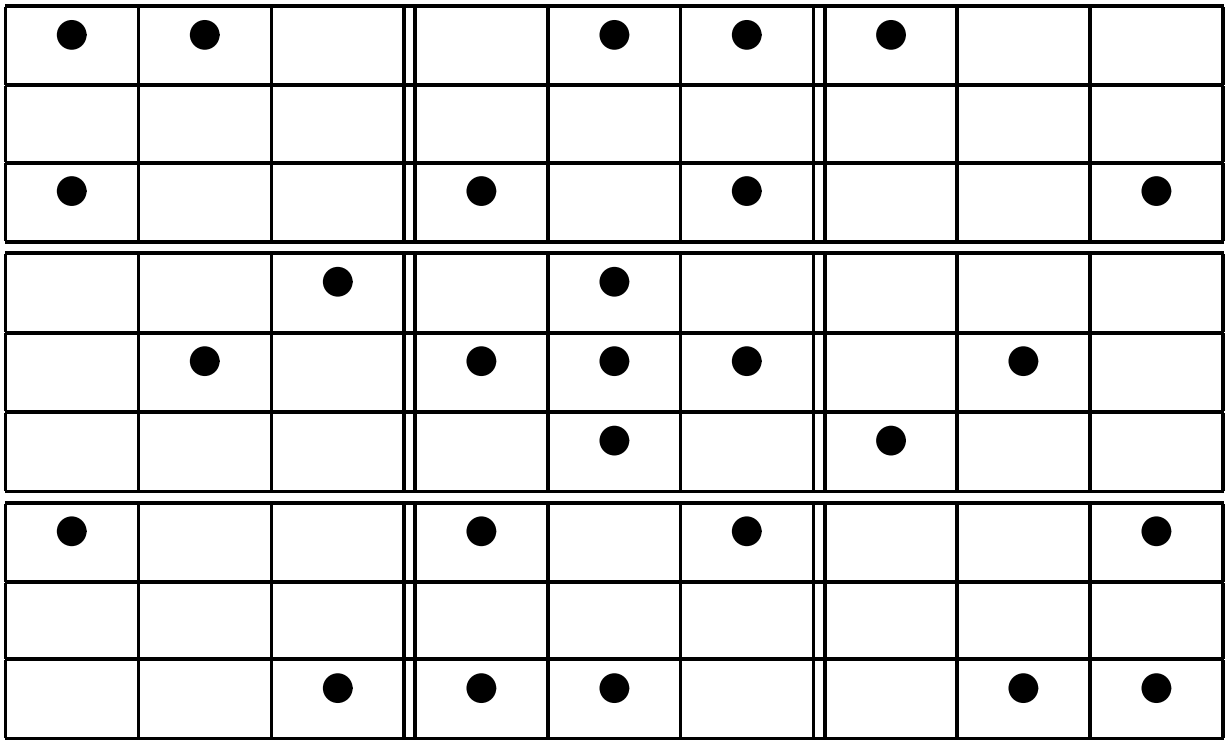
Il prossimo schema è invariante per un diverso tipo di simmetria. Questo è invariante per una *rotazione* di π, cioè 180 gradi.

●	●			●	●	●		
●			●		●			●
		●		●				
	●		●	●	●		●	
				●		●		
●			●		●			●
		●	●	●			●	●

Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Un altro tipo di simmetria

Il prossimo schema è invariante per un diverso tipo di simmetria. Questo è invariante per una *rotazione* di π, cioè 180 gradi.



Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Un altro tipo di simmetria

Il prossimo schema è invariante per un diverso tipo di simmetria. Questo è invariante per una *rotazione* di π, cioè 180 gradi.

2	5			1	3	9		
1			2		6			4
		7		9				
	3		1	6	8		4	
				7		6		
9			5		7			1
		1	9	3			5	8

Il piano

1 Le regole
- Le regole del Sudoku
- Simmetrie

2 Contare
- Quante griglie Sudoku
- Permutazioni
- Contare collane
- Una formula per contare
- Gruppi di simmetrie

3 Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
- Simmetrie
- Comporre simmetrie
- Griglie fi ssate

4 Da vedere
- Letture consigliate

Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Quante griglie Sudoku complete ci sono?

Bertram Felgenhauer e Frazer Jarvis si sono posti il problema di contare il numero di griglie Sudoku complete.

Questo numero è

$$6\,670\,903\,752\,021\,072\,936\,960 \approx 6.671 \cdot 10^{21}$$

e va confrontato col numero

$$5\,524\,751\,496\,156\,892\,842\,531\,225\,600 \approx 5.525 \cdot 10^{27}$$

di *quadrati latini* 9×9 per cui viene richiesta *solo la condizione su righe e colonne* (Eulero).

Per quanto parlino di *forza bruta*, un po' di ingegno ci vuole: il mio laptop a `1.6GHz` in un anno può elencarne al massimo

$$60 \cdot 60 \cdot 24 \cdot 366 \cdot 1.6 \cdot 10^9 \approx 4000 \cdot 25 \cdot 400 \cdot 10^{10} \approx 4 \cdot 10^{17}.$$

Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Quante griglie Sudoku complete ci sono?

Bertram Felgenhauer e Frazer Jarvis si sono posti il problema di contare il numero di griglie Sudoku complete. Questo numero è

$$6\,670\,903\,752\,021\,072\,936\,960 \approx 6.671 \cdot 10^{21}$$

e va confrontato col numero

$$5\,524\,751\,496\,156\,892\,842\,531\,225\,600 \approx 5.525 \cdot 10^{27}$$

di *quadrati latini* 9×9 per cui viene richiesta *solo la condizione su righe e colonne* (Eulero).
Per quanto parlino di *forza bruta*, un po' di ingegno ci vuole: il mio laptop a $1.6\mathrm{GHz}$ in un anno può elencarne al massimo

$$60 \cdot 60 \cdot 24 \cdot 366 \cdot 1.6 \cdot 10^9 \approx 4000 \cdot 25 \cdot 400 \cdot 10^{10} \approx 4 \cdot 10^{17}.$$

Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Quante griglie Sudoku complete ci sono?

Bertram Felgenhauer e Frazer Jarvis si sono posti il problema di contare il numero di griglie Sudoku complete. Questo numero è

$$6\,670\,903\,752\,021\,072\,936\,960 \approx 6.671 \cdot 10^{21}$$

e va confrontato col numero

$$5\,524\,751\,496\,156\,892\,842\,531\,225\,600 \approx 5.525 \cdot 10^{27}$$

di *quadrati latini* 9×9 per cui viene richiesta *solo la condizione su righe e colonne* (Eulero).
Per quanto parlino di *forza bruta*, un po' di ingegno ci vuole: il mio laptop a `1.6GHz` in un anno può elencarne al massimo

$$60 \cdot 60 \cdot 24 \cdot 366 \cdot 1.6 \cdot 10^9 \approx 4000 \cdot 25 \cdot 400 \cdot 10^{10} \approx 4 \cdot 10^{17}.$$

Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Quante griglie Sudoku complete ci sono?

Bertram Felgenhauer e Frazer Jarvis si sono posti il problema di contare il numero di griglie Sudoku complete. Questo numero è

$$6\,670\,903\,752\,021\,072\,936\,960 \approx 6.671 \cdot 10^{21}$$

e va confrontato col numero

$$5\,524\,751\,496\,156\,892\,842\,531\,225\,600 \approx 5.525 \cdot 10^{27}$$

di *quadrati latini* 9×9 per cui viene richiesta *solo la condizione su righe e colonne* (Eulero).
Per quanto parlino di *forza bruta*, un po' di ingegno ci vuole: il mio laptop a `1.6GHz` in un anno può elencarne al massimo

$$60 \cdot 60 \cdot 24 \cdot 366 \cdot 1.6 \cdot 10^{9} \approx 4000 \cdot 25 \cdot 400 \cdot 10^{10} \approx 4 \cdot 10^{17}.$$

Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Quante griglie Sudoku complete ci sono?

Bertram Felgenhauer e Frazer Jarvis si sono posti il problema di contare il numero di griglie Sudoku complete. Questo numero è

$$6\,670\,903\,752\,021\,072\,936\,960 \approx 6.671 \cdot 10^{21}$$

e va confrontato col numero

$$5\,524\,751\,496\,156\,892\,842\,531\,225\,600 \approx 5.525 \cdot 10^{27}$$

di *quadrati latini* 9×9 per cui viene richiesta *solo la condizione su righe e colonne* (Eulero).
Per quanto parlino di *forza bruta*, un po' di ingegno ci vuole: il mio laptop a `1.6GHz` in un anno può elencarne al massimo

$$60 \cdot 60 \cdot 24 \cdot 366 \cdot 1.6 \cdot 10^{9} \approx 4000 \cdot 25 \cdot 400 \cdot 10^{10} \approx 4 \cdot 10^{17}.$$

Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Quante griglie Sudoku complete ci sono?

Bertram Felgenhauer e Frazer Jarvis si sono posti il problema di contare il numero di griglie Sudoku complete. Questo numero è

$$6\,670\,903\,752\,021\,072\,936\,960 \approx 6.671 \cdot 10^{21}$$

e va confrontato col numero

$$5\,524\,751\,496\,156\,892\,842\,531\,225\,600 \approx 5.525 \cdot 10^{27}$$

di *quadrati latini* 9×9 per cui viene richiesta *solo la condizione su righe e colonne* (Eulero).
Per quanto parlino di *forza bruta*, un po' di ingegno ci vuole: il mio laptop a `1.6GHz` in un anno può elencarne al massimo

$$60 \cdot 60 \cdot 24 \cdot 366 \cdot 1.6 \cdot 10^9 \approx 4000 \cdot 25 \cdot 400 \cdot 10^{10} \approx 4 \cdot 10^{17}.$$

Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Quante griglie Sudoku complete ci sono?

Bertram Felgenhauer e Frazer Jarvis si sono posti il problema di contare il numero di griglie Sudoku complete. Questo numero è

$$6\,670\,903\,752\,021\,072\,936\,960 \approx 6.671 \cdot 10^{21}$$

e va confrontato col numero

$$5\,524\,751\,496\,156\,892\,842\,531\,225\,600 \approx 5.525 \cdot 10^{27}$$

di *quadrati latini* 9×9 per cui viene richiesta *solo la condizione su righe e colonne* (Eulero).

Per quanto parlino di *forza bruta*, un po' di ingegno ci vuole: il mio laptop a 1.6GHz in un anno può elencarne al massimo

$$60 \cdot 60 \cdot 24 \cdot 366 \cdot 1.6 \cdot 10^9 \approx 4000 \cdot 25 \cdot 400 \cdot 10^{10} \approx 4 \cdot 10^{17}.$$

Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Quante griglie Sudoku complete ci sono?

Bertram Felgenhauer e Frazer Jarvis si sono posti il problema di contare il numero di griglie Sudoku complete. Questo numero è

$$6\,670\,903\,752\,021\,072\,936\,960 \approx 6.671 \cdot 10^{21}$$

e va confrontato col numero

$$5\,524\,751\,496\,156\,892\,842\,531\,225\,600 \approx 5.525 \cdot 10^{27}$$

di *quadrati latini* 9×9 per cui viene richiesta *solo la condizione su righe e colonne* (Eulero).

Per quanto parlino di *forza bruta*, un po' di ingegno ci vuole: il mio laptop a 1.6GHz in un anno può elencarne al massimo

$$60 \cdot 60 \cdot 24 \cdot 366 \cdot 1.6 \cdot 10^9 \approx 4000 \cdot 25 \cdot 400 \cdot 10^{10} \approx 4 \cdot 10^{17}.$$

Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Quante griglie Sudoku complete ci sono?

Bertram Felgenhauer e Frazer Jarvis si sono posti il problema di contare il numero di griglie Sudoku complete. Questo numero è

$$6\,670\,903\,752\,021\,072\,936\,960 \approx 6.671 \cdot 10^{21}$$

e va confrontato col numero

$$5\,524\,751\,496\,156\,892\,842\,531\,225\,600 \approx 5.525 \cdot 10^{27}$$

di *quadrati latini* 9×9 per cui viene richiesta *solo la condizione su righe e colonne* (Eulero).
Per quanto parlino di *forza bruta*, un po' di ingegno ci vuole: il mio laptop a 1.6GHz in un anno può elencarne al massimo

$$60 \cdot 60 \cdot 24 \cdot 366 \cdot 1.6 \cdot 10^9 \approx 4000 \cdot 25 \cdot 400 \cdot 10^{10} \approx 4 \cdot 10^{17}.$$

Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Quante griglie Sudoku complete ci sono?

Bertram Felgenhauer e Frazer Jarvis si sono posti il problema di contare il numero di griglie Sudoku complete. Questo numero è

$$6\,670\,903\,752\,021\,072\,936\,960 \approx 6.671 \cdot 10^{21}$$

e va confrontato col numero

$$5\,524\,751\,496\,156\,892\,842\,531\,225\,600 \approx 5.525 \cdot 10^{27}$$

di *quadrati latini* 9×9 per cui viene richiesta *solo la condizione su righe e colonne* (Eulero).
Per quanto parlino di *forza bruta*, un po' di ingegno ci vuole: il mio laptop a 1.6GHz in un anno può elencarne al massimo

$$60 \cdot 60 \cdot 24 \cdot 366 \cdot 1.6 \cdot 10^9 \approx 4000 \cdot 25 \cdot 400 \cdot 10^{10} \approx 4 \cdot 10^{17}.$$

Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Quante griglie Sudoku complete ci sono?

Bertram Felgenhauer e Frazer Jarvis si sono posti il problema di contare il numero di griglie Sudoku complete. Questo numero è

$$6\,670\,903\,752\,021\,072\,936\,960 \approx 6.671 \cdot 10^{21}$$

e va confrontato col numero

$$5\,524\,751\,496\,156\,892\,842\,531\,225\,600 \approx 5.525 \cdot 10^{27}$$

di *quadrati latini* 9×9 per cui viene richiesta *solo la condizione su righe e colonne* (Eulero).
Per quanto parlino di *forza bruta*, un po' di ingegno ci vuole: il mio laptop a `1.6GHz` in un anno può elencarne al massimo

$$60 \cdot 60 \cdot 24 \cdot 366 \cdot 1.6 \cdot 10^9 \approx 4000 \cdot 25 \cdot 400 \cdot 10^{10} \approx 4 \cdot 10^{17}.$$

Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Quante griglie Sudoku complete ci sono?

Bertram Felgenhauer e Frazer Jarvis si sono posti il problema di contare il numero di griglie Sudoku complete. Questo numero è

$$6\,670\,903\,752\,021\,072\,936\,960 \approx 6.671 \cdot 10^{21}$$

e va confrontato col numero

$$5\,524\,751\,496\,156\,892\,842\,531\,225\,600 \approx 5.525 \cdot 10^{27}$$

di *quadrati latini* 9×9 per cui viene richiesta *solo la condizione su righe e colonne* (Eulero).
Per quanto parlino di *forza bruta*, un po' di ingegno ci vuole: il mio laptop a `1.6GHz` in un anno può elencarne al massimo

$$60 \cdot 60 \cdot 24 \cdot 366 \cdot 1.6 \cdot 10^{9} \approx 4000 \cdot 25 \cdot 400 \cdot 10^{10} \approx 4 \cdot 10^{17}.$$

Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Quante griglie Sudoku complete ci sono?

Bertram Felgenhauer e Frazer Jarvis si sono posti il problema di contare il numero di griglie Sudoku complete. Questo numero è

$$6\,670\,903\,752\,021\,072\,936\,960 \approx 6.671 \cdot 10^{21}$$

e va confrontato col numero

$$5\,524\,751\,496\,156\,892\,842\,531\,225\,600 \approx 5.525 \cdot 10^{27}$$

di *quadrati latini* 9×9 per cui viene richiesta *solo la condizione su righe e colonne* (Eulero).
Per quanto parlino di *forza bruta*, un po' di ingegno ci vuole: il mio laptop a `1.6GHz` in un anno può elencarne al massimo

$$60 \cdot 60 \cdot 24 \cdot 366 \cdot 1.6 \cdot 10^9 \approx 4000 \cdot 25 \cdot 400 \cdot 10^{10} \approx 4 \cdot 10^{17}.$$

Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Leonhard Euler 1707–1783

Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Una prima riduzione

Possiamo sempre supporre che una griglia Sudoku completa abbia il primo blocco 3×3 della forma seguente.

(Più in generale, possiamo scegliere a piacere la numerazione di *una* riga, o *una* colonna, o, come stiamo facendo qui, di *un* blocco 3×3.)

1	2	3	●	●	●	●	●	●
4	5	6	●	●	●	●	●	●
7	8	9	●	●	●	●	●	●
●	●	●	●	●	●	●	●	●
●	●	●	●	●	●	●	●	●
●	●	●	●	●	●	●	●	●
●	●	●	●	●	●	●	●	●
●	●	●	●	●	●	●	●	●
●	●	●	●	●	●	●	●	●

Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Una prima riduzione

Possiamo sempre supporre che una griglia Sudoku completa abbia il primo blocco 3×3 della forma seguente. (Più in generale, possiamo scegliere a piacere la numerazione di *una* riga, o *una* colonna, o, come stiamo facendo qui, di *un* blocco 3×3.)

1	2	3	●	●	●	●	●	●
4	5	6	●	●	●	●	●	●
7	8	9	●	●	●	●	●	●
●	●	●	●	●	●	●	●	●
●	●	●	●	●	●	●	●	●
●	●	●	●	●	●	●	●	●
●	●	●	●	●	●	●	●	●
●	●	●	●	●	●	●	●	●
●	●	●	●	●	●	●	●	●

Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Una prima riduzione

La ragione è che una volta elencate tutte le griglie di questo tipo,

1	2	3	●	●	●	●	●	●
4	5	6	●	●	●	●	●	●
7	8	9	●	●	●	●	●	●
●	●	●	●	●	●	●	●	●
●	●	●	●	●	●	●	●	●
●	●	●	●	●	●	●	●	●
●	●	●	●	●	●	●	●	●
●	●	●	●	●	●	●	●	●
●	●	●	●	●	●	●	●	●

Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Una prima riduzione

La ragione è che una volta elencate tutte le griglie di questo tipo, se voglio elencare tutte quelle in cui il primo blocco ha la forma seguente

7	2	4	●	●	●	●	●	●
1	6	9	●	●	●	●	●	●
3	5	8	●	●	●	●	●	●
●	●	●	●	●	●	●	●	●
●	●	●	●	●	●	●	●	●
●	●	●	●	●	●	●	●	●
●	●	●	●	●	●	●	●	●
●	●	●	●	●	●	●	●	●
●	●	●	●	●	●	●	●	●

Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Una prima riduzione

La ragione è che una volta elencate tutte le griglie di questo tipo, se voglio elencare tutte quelle in cui il primo blocco ha la forma seguente, basterà sostituire in ogni casella

$$\begin{array}{ccccccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ 7 & 2 & 4 & 1 & 6 & 9 & 3 & 5 & 8 \end{array}$$

7	2	4	●	●	●	●	●	●
1	6	9	●	●	●	●	●	●
3	5	8	●	●	●	●	●	●
●	●	●	●	●	●	●	●	●
●	●	●	●	●	●	●	●	●
●	●	●	●	●	●	●	●	●
●	●	●	●	●	●	●	●	●
●	●	●	●	●	●	●	●	●
●	●	●	●	●	●	●	●	●

Il piano

1 Le regole
- Le regole del Sudoku
- Simmetrie

2 Contare
- Quante griglie Sudoku
- Permutazioni
- Contare collane
- Una formula per contare
- Gruppi di simmetrie

3 Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
- Simmetrie
- Comporre simmetrie
- Griglie fi ssate

4 Da vedere
- Letture consigliate

Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Permutazioni e fattoriale

Dunque mi basta elencare tutte le griglie col primo blocco prefi ssato, e poi ottengo tutte le altre applicando tutte le possibili *permutazioni* dei numeri da 1 a 9. Quante sono queste possibilità?

$$\begin{array}{ccccccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ a_1 & a_2 & a_3 & a_4 & a_5 & a_6 & a_7 & a_8 & a_9 \end{array}$$

Posso scegliere a_1 in 9 modi diversi, posso scegliere a_2 in 8 modi diversi, dato che $a_2 \neq a_1$, e cosí via. In totale

$$9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 9! = 362\,880.$$

Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Permutazioni e fattoriale

Dunque mi basta elencare tutte le griglie col primo blocco prefi ssato,e poi ottengo tutte le altre applicando tutte le possibili *permutazioni* dei numeri da 1 a 9. Quante sono queste possibilità?

$$\begin{array}{ccccccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ a_1 & a_2 & a_3 & a_4 & a_5 & a_6 & a_7 & a_8 & a_9 \end{array}$$

Posso scegliere a_1 in 9 modi diversi, posso scegliere a_2 in 8 modi diversi, dato che $a_2 \neq a_1$, e cosí via. In totale

$$9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 9! = 362\,880.$$

Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Permutazioni e fattoriale

Dunque mi basta elencare tutte le griglie col primo blocco prefi ssato,e poi ottengo tutte le altre applicando tutte le possibili *permutazioni* dei numeri da 1 a 9. Quante sono queste possibilità?

$$\begin{array}{ccccccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ a_1 & a_2 & a_3 & a_4 & a_5 & a_6 & a_7 & a_8 & a_9 \end{array}$$

Posso scegliere a_1 in 9 modi diversi, posso scegliere a_2 in 8 modi diversi, dato che $a_2 \neq a_1$, e cosí via. In totale

$$9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 9! = 362\,880.$$

Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Permutazioni e fattoriale

Dunque mi basta elencare tutte le griglie col primo blocco prefi ssato,e poi ottengo tutte le altre applicando tutte le possibili *permutazioni* dei numeri da 1 a 9. Quante sono queste possibilità?

$$\begin{array}{ccccccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ a_1 & a_2 & a_3 & a_4 & a_5 & a_6 & a_7 & a_8 & a_9 \end{array}$$

Posso scegliere a_1 in 9 modi diversi, posso scegliere a_2 in 8 modi diversi, dato che $a_2 \neq a_1$, e cosí via. In totale

$$9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 9! = 362\,880.$$

Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Permutazioni e fattoriale

Dunque mi basta elencare tutte le griglie col primo blocco prefi ssato,e poi ottengo tutte le altre applicando tutte le possibili *permutazioni* dei numeri da 1 a 9. Quante sono queste possibilità?

$$\begin{array}{ccccccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ a_1 & a_2 & a_3 & a_4 & a_5 & a_6 & a_7 & a_8 & a_9 \end{array}$$

Posso scegliere a_1 in 9 modi diversi, posso scegliere a_2 in 8 modi diversi, dato che $a_2 \neq a_1$, e cosí via. In totale

$$9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 9! = 362\,880.$$

Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Permutazioni e fattoriale

Dunque mi basta elencare tutte le griglie col primo blocco prefi ssato,e poi ottengo tutte le altre applicando tutte le possibili *permutazioni* dei numeri da 1 a 9. Quante sono queste possibilità?

$$\begin{array}{ccccccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ a_1 & a_2 & a_3 & a_4 & a_5 & a_6 & a_7 & a_8 & a_9 \end{array}$$

Posso scegliere a_1 in 9 modi diversi, posso scegliere a_2 in 8 modi diversi, dato che $a_2 \neq a_1$, e cosí via. In totale

$$9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 9! = 362\,880.$$

Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Permutazioni e fattoriale

Dunque mi basta elencare tutte le griglie col primo blocco prefi ssato,e poi ottengo tutte le altre applicando tutte le possibili *permutazioni* dei numeri da 1 a 9. Quante sono queste possibilità?

$$\begin{array}{ccccccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ a_1 & a_2 & a_3 & a_4 & a_5 & a_6 & a_7 & a_8 & a_9 \end{array}$$

Posso scegliere a_1 in 9 modi diversi, posso scegliere a_2 in 8 modi diversi, dato che $a_2 \neq a_1$, e cosí via. In totale

$$9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 9! = 362\,880.$$

Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Permutazioni e fattoriale

Dunque mi basta elencare tutte le griglie col primo blocco prefi ssato,e poi ottengo tutte le altre applicando tutte le possibili *permutazioni* dei numeri da 1 a 9. Quante sono queste possibilità?

$$\begin{array}{ccccccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ a_1 & a_2 & a_3 & a_4 & a_5 & a_6 & a_7 & a_8 & a_9 \end{array}$$

Posso scegliere a_1 in 9 modi diversi, posso scegliere a_2 in 8 modi diversi, dato che $a_2 \neq a_1$, e cosí via. In totale

$$9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 9! = 362\,880.$$

Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Permutazioni e fattoriale

Dunque mi basta elencare tutte le griglie col primo blocco prefi ssato,e poi ottengo tutte le altre applicando tutte le possibili *permutazioni* dei numeri da 1 a 9. Quante sono queste possibilità?

$$\begin{array}{ccccccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ a_1 & a_2 & a_3 & a_4 & a_5 & a_6 & a_7 & a_8 & a_9 \end{array}$$

Posso scegliere a_1 in 9 modi diversi, posso scegliere a_2 in 8 modi diversi, dato che $a_2 \neq a_1$, e cosí via. In totale

$$9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 9! = 362\,880.$$

Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Permutazioni e fattoriale

Dunque mi basta elencare tutte le griglie col primo blocco prefi ssato,e poi ottengo tutte le altre applicando tutte le possibili *permutazioni* dei numeri da 1 a 9. Quante sono queste possibilità?

$$\begin{array}{ccccccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ a_1 & a_2 & a_3 & a_4 & a_5 & a_6 & a_7 & a_8 & a_9 \end{array}$$

Posso scegliere a_1 in 9 modi diversi, posso scegliere a_2 in 8 modi diversi, dato che $a_2 \neq a_1$, e cosí via. In totale

$$9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 9! = 362\,880.$$

Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Un conteggio più sottile

- Ed Russell e Frazer Jarvis si sono poi chiesti quante griglie Sudoku *essenzialmente differenti* ci siano.
- Dunque se due griglie si ottengono l'una dall'altra permutando i numeri da 1 a 9 (sono *equivalenti*) le conto come se fossero al stessa.
- Inoltre conto come la stessa due griglie che si possono ottenere l'una dall'altra mediante trasformazioni che rispettino le regole del Sudoku.
- Per esempio, posso scambiare fra di loro le prime tre righe. Ma non posso scambiare prima e quarta riga!
- Il risultato è che ce ne sono *solo* $5\,472\,730\,538 \approx 5 \cdot 10^9$ invece di $6.671 \cdot 10^{21}$.
- Vorremmo vedere come si fa a contare oggetti in questo modo.

Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Un conteggio più sottile

- Ed Russell e Frazer Jarvis si sono poi chiesti quante griglie Sudoku *essenzialmente differenti* ci siano.
- Dunque se due griglie si ottengono l'una dall'altra permutando i numeri da 1 a 9 (sono *equivalenti*) le conto come se fossero al stessa.
- Inoltre conto come la stessa due griglie che si possono ottenere l'una dall'altra mediante trasformazioni che rispettino le regole del Sudoku.
- Per esempio, posso scambiare fra di loro le prime tre righe. Ma non posso scambiare prima e quarta riga!
- Il risultato è che ce ne sono *solo* $5\,472\,730\,538 \approx 5 \cdot 10^9$ invece di $6.671 \cdot 10^{21}$.
- Vorremmo vedere come si fa a contare oggetti in questo modo.

Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Un conteggio più sottile

- Ed Russell e Frazer Jarvis si sono poi chiesti quante griglie Sudoku *essenzialmente differenti* ci siano.
- Dunque se due griglie si ottengono l'una dall'altra permutando i numeri da 1 a 9 (sono *equivalenti*) le conto come se fossero al stessa.
- Inoltre conto come la stessa due griglie che si possono ottenere l'una dall'altra mediante trasformazioni che rispettino le regole del Sudoku.
- Per esempio, posso scambiare fra di loro le prime tre righe. Ma non posso scambiare prima e quarta riga!
- Il risultato è che ce ne sono *solo* $5\,472\,730\,538 \approx 5 \cdot 10^9$ invece di $6.671 \cdot 10^{21}$.
- Vorremmo vedere come si fa a contare oggetti in questo modo.

Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Un conteggio più sottile

- Ed Russell e Frazer Jarvis si sono poi chiesti quante griglie Sudoku *essenzialmente differenti* ci siano.
- Dunque se due griglie si ottengono l'una dall'altra permutando i numeri da 1 a 9 (sono *equivalenti*) le conto come se fossero al stessa.
- Inoltre conto come la stessa due griglie che si possono ottenere l'una dall'altra mediante trasformazioni che rispettino le regole del Sudoku.
- Per esempio, posso scambiare fra di loro le prime tre righe. Ma non posso scambiare prima e quarta riga!
- Il risultato è che ce ne sono *solo* $5\,472\,730\,538 \approx 5 \cdot 10^9$ invece di $6.671 \cdot 10^{21}$.
- Vorremmo vedere come si fa a contare oggetti in questo modo.

Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Un conteggio più sottile

- Ed Russell e Frazer Jarvis si sono poi chiesti quante griglie Sudoku *essenzialmente differenti* ci siano.
- Dunque se due griglie si ottengono l'una dall'altra permutando i numeri da 1 a 9 (sono *equivalenti*) le conto come se fossero al stessa.
- Inoltre conto come la stessa due griglie che si possono ottenere l'una dall'altra mediante trasformazioni che rispettino le regole del Sudoku.
- Per esempio, posso scambiare fra di loro le prime tre righe. Ma non posso scambiare prima e quarta riga!
- Il risultato è che ce ne sono *solo* $5\,472\,730\,538 \approx 5 \cdot 10^9$ invece di $6.671 \cdot 10^{21}$.
- Vorremmo vedere come si fa a contare oggetti in questo modo.

Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Un conteggio più sottile

- Ed Russell e Frazer Jarvis si sono poi chiesti quante griglie Sudoku *essenzialmente differenti* ci siano.
- Dunque se due griglie si ottengono l'una dall'altra permutando i numeri da 1 a 9 (sono *equivalenti*) le conto come se fossero al stessa.
- Inoltre conto come la stessa due griglie che si possono ottenere l'una dall'altra mediante trasformazioni che rispettino le regole del Sudoku.
- Per esempio, posso scambiare fra di loro le prime tre righe. Ma non posso scambiare prima e quarta riga!
- Il risultato è che ce ne sono *solo* $5\,472\,730\,538 \approx 5 \cdot 10^9$ invece di $6.671 \cdot 10^{21}$.
- Vorremmo vedere come si fa a contare oggetti in questo modo.

Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Un conteggio più sottile

- Ed Russell e Frazer Jarvis si sono poi chiesti quante griglie Sudoku *essenzialmente differenti* ci siano.
- Dunque se due griglie si ottengono l'una dall'altra permutando i numeri da 1 a 9 (sono *equivalenti*) le conto come se fossero al stessa.
- Inoltre conto come la stessa due griglie che si possono ottenere l'una dall'altra mediante trasformazioni che rispettino le regole del Sudoku.
- Per esempio, posso scambiare fra di loro le prime tre righe. Ma non posso scambiare prima e quarta riga!
- Il risultato è che ce ne sono *solo* $5\,472\,730\,538 \approx 5 \cdot 10^9$ invece di $6.671 \cdot 10^{21}$.
- Vorremmo vedere come si fa a contare oggetti in questo modo.

Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Un conteggio più sottile

- Ed Russell e Frazer Jarvis si sono poi chiesti quante griglie Sudoku *essenzialmente differenti* ci siano.
- Dunque se due griglie si ottengono l'una dall'altra permutando i numeri da 1 a 9 (sono *equivalenti*) le conto come se fossero al stessa.
- Inoltre conto come la stessa due griglie che si possono ottenere l'una dall'altra mediante trasformazioni che rispettino le regole del Sudoku.
- Per esempio, posso scambiare fra di loro le prime tre righe. Ma non posso scambiare prima e quarta riga!
- Il risultato è che ce ne sono *solo* $5\,472\,730\,538 \approx 5 \cdot 10^9$ invece di $6.671 \cdot 10^{21}$.
- Vorremmo vedere come si fa a contare oggetti in questo modo.

Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Un conteggio più sottile

- Ed Russell e Frazer Jarvis si sono poi chiesti quante griglie Sudoku *essenzialmente differenti* ci siano.
- Dunque se due griglie si ottengono l'una dall'altra permutando i numeri da 1 a 9 (sono *equivalenti*) le conto come se fossero al stessa.
- Inoltre conto come la stessa due griglie che si possono ottenere l'una dall'altra mediante trasformazioni che rispettino le regole del Sudoku.
- Per esempio, posso scambiare fra di loro le prime tre righe. Ma non posso scambiare prima e quarta riga!
- Il risultato è che ce ne sono *solo* $5\,472\,730\,538 \approx 5 \cdot 10^9$ invece di $6.671 \cdot 10^{21}$.
- Vorremmo vedere come si fa a contare oggetti in questo modo.

Il piano

1 Le regole
- Le regole del Sudoku
- Simmetrie

2 Contare
- Quante griglie Sudoku
- Permutazioni
- Contare collane
- Una formula per contare
- Gruppi di simmetrie

3 Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
- Simmetrie
- Comporre simmetrie
- Griglie fi ssate

4 Da vedere
- Letture consigliate

Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

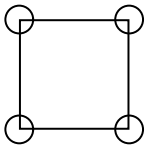
Collane di quattro palline

Quante collane di quattro palline posso fare, scegliendo fra palline bianche e nere?

Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Collane di quattro palline

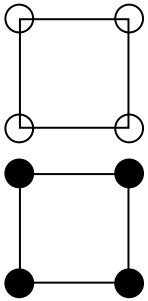
Quante collane di quattro palline posso fare, scegliendo fra palline bianche e nere?



Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Collane di quattro palline

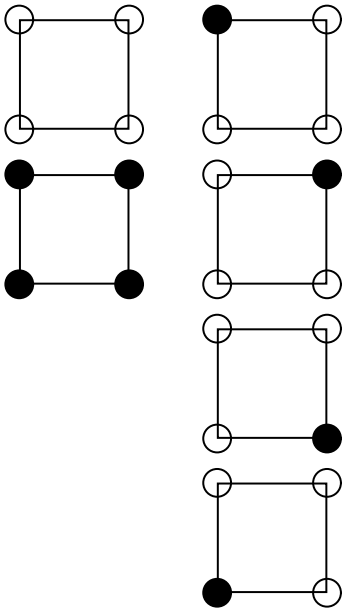
Quante collane di quattro palline posso fare, scegliendo fra palline bianche e nere?



Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Collane di quattro palline

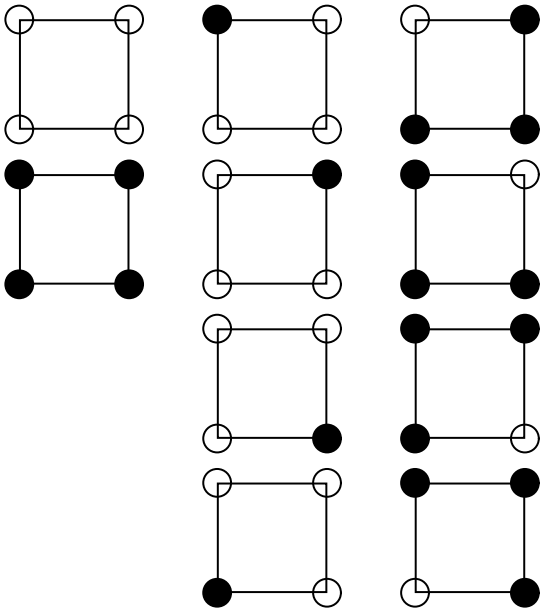
Quante collane di quattro palline posso fare, scegliendo fra palline bianche e nere?



Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Collane di quattro palline

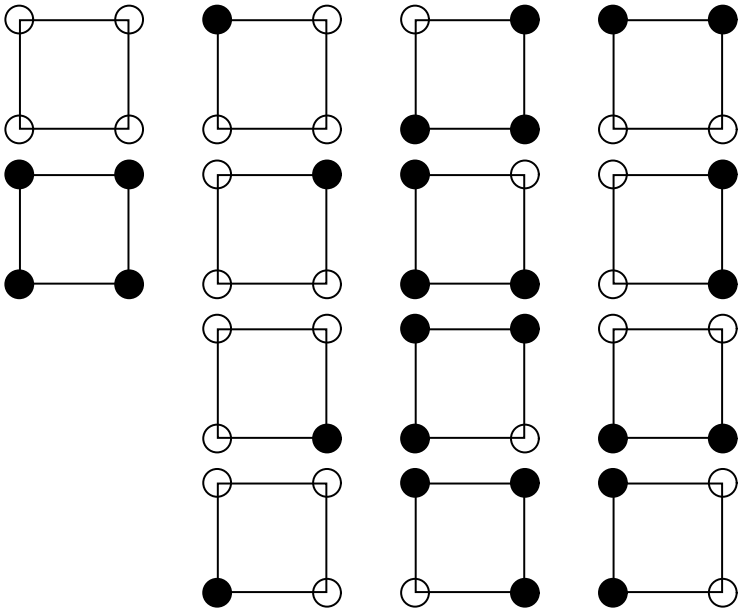
Quante collane di quattro palline posso fare, scegliendo fra palline bianche e nere?



Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Collane di quattro palline

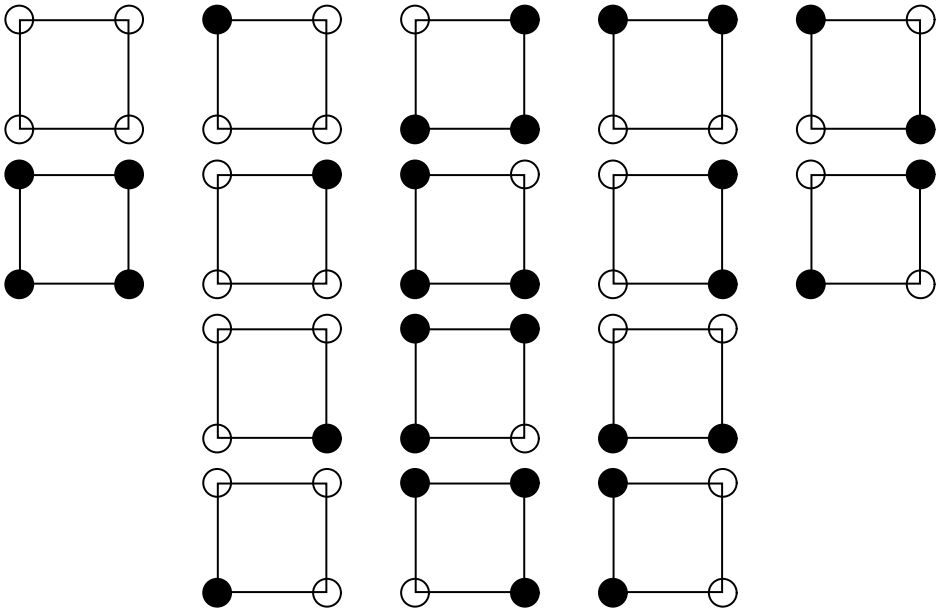
Quante collane di quattro palline posso fare, scegliendo fra palline bianche e nere?



Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Collane di quattro palline

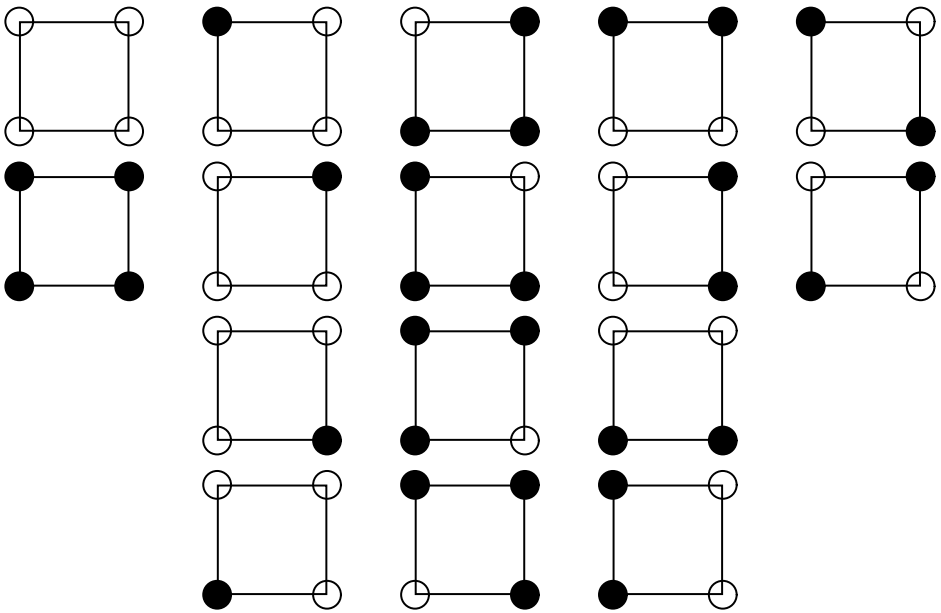
Quante collane di quattro palline posso fare, scegliendo fra palline bianche e nere?



Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Collane di quattro palline

Quante collane di quattro palline posso fare, scegliendo fra palline bianche e nere?

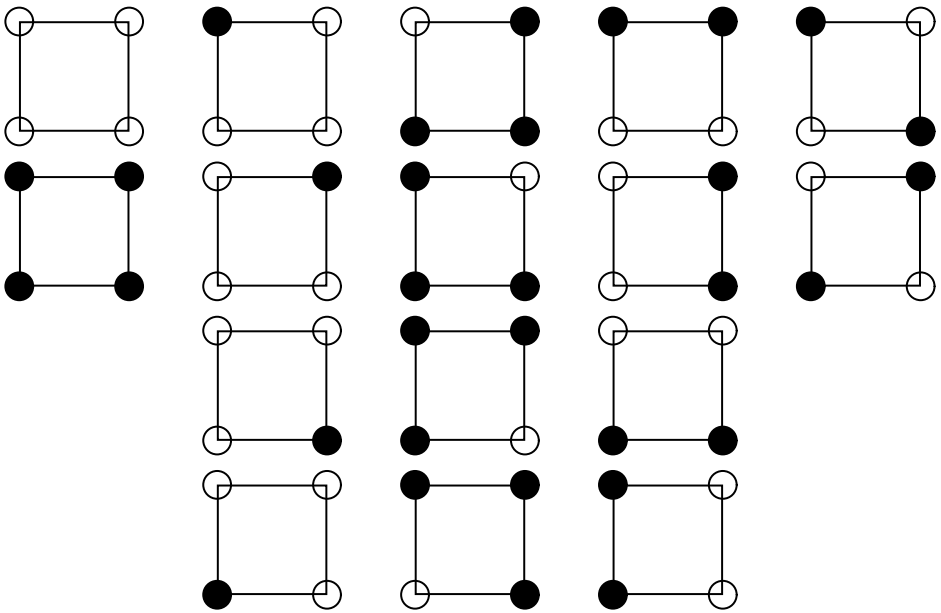


Dunque sono 16

Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Collane di quattro palline

Quante collane di quattro palline posso fare, scegliendo fra palline bianche e nere?

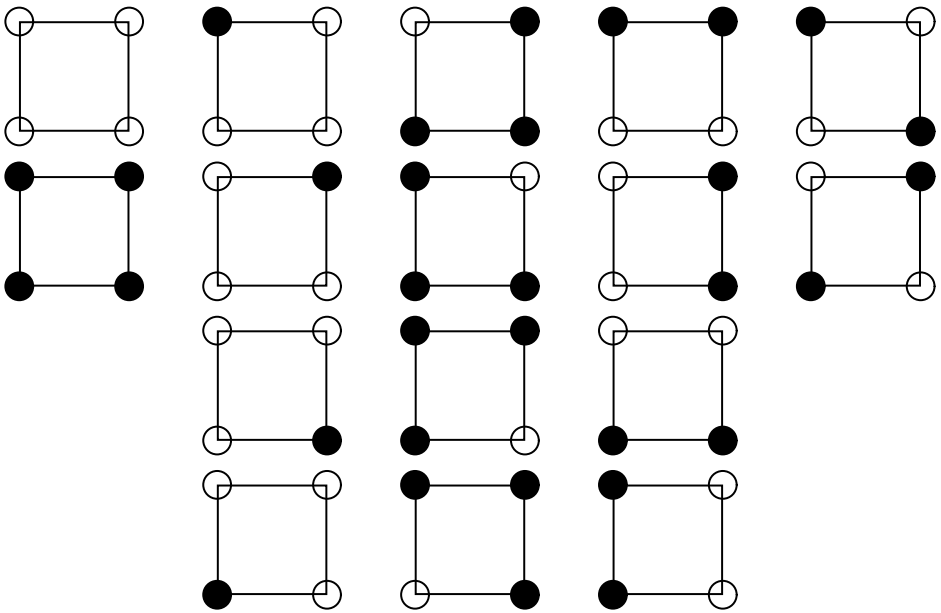


Dunque sono $16 = 2^4$

Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Collane di quattro palline

Quante collane di quattro palline posso fare, scegliendo fra palline bianche e nere?

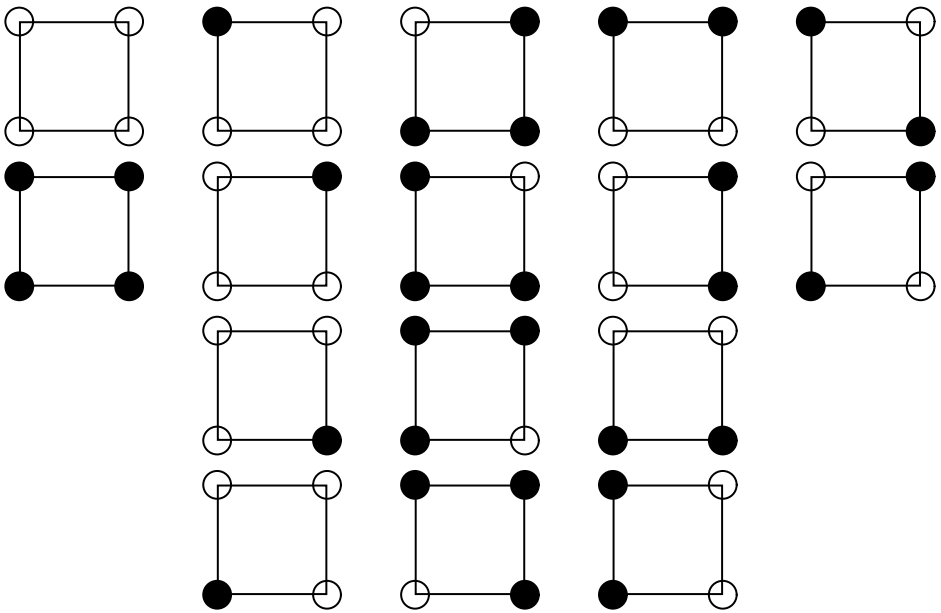


Dunque sono $16 = 2^4$, perché ho 2 possibilità per ognuna delle 4 palline

Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Collane di quattro palline

Quante collane di quattro palline posso fare, scegliendo fra palline bianche e nere?



Dunque sono $16 = 2^4$, perché ho 2 possibilità per ognuna delle 4 palline. Ma alcune di queste sono *la stessa* collana.

Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Collane a meno di rotazioni

Quali collane sono le stesse

Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie

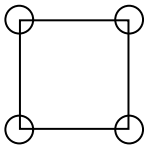
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie

Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate

Da vedere
Letture consigliate

Collane a meno di rotazioni

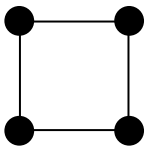
Quali collane sono le stesse *rispetto a una rotazione*?



Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Collane a meno di rotazioni

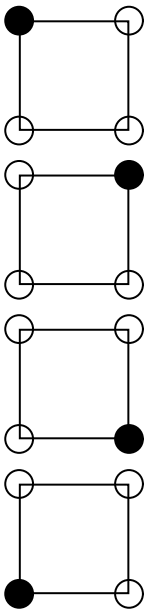
Quali collane sono le stesse *rispetto a una rotazione*?



Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Collane a meno di rotazioni

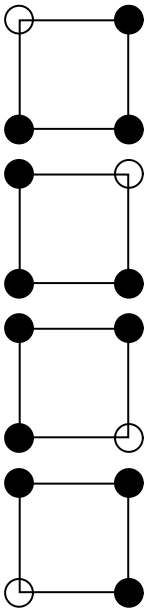
Quali collane sono le stesse *rispetto a una rotazione*?



Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Collane a meno di rotazioni

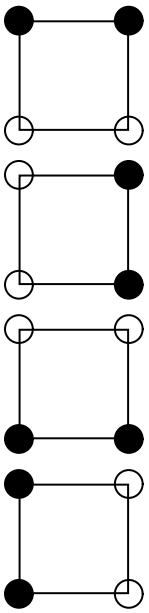
Quali collane sono le stesse *rispetto a una rotazione*?



Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Collane a meno di rotazioni

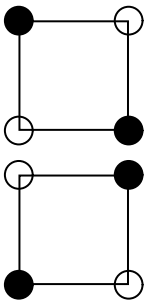
Quali collane sono le stesse *rispetto a una rotazione*?



Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Collane a meno di rotazioni

Quali collane sono le stesse *rispetto a una rotazione*?



Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

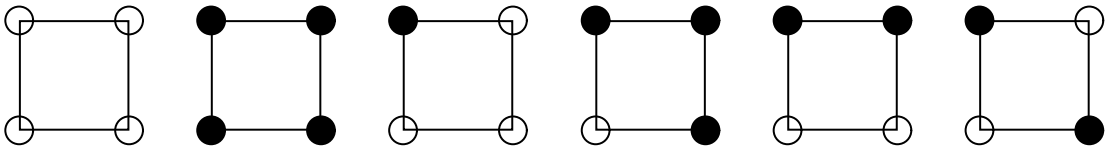
Quante collane?

- Dunque sono 6 collane diverse in tutto.

Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Quante collane?

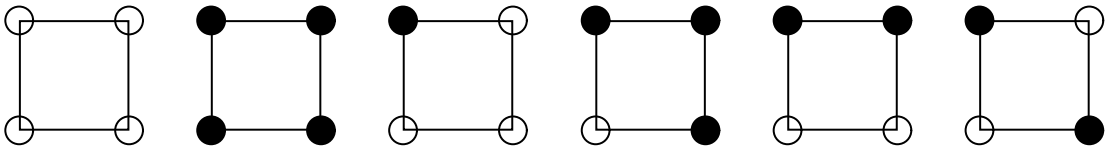
- Dunque sono 6 collane diverse in tutto.



Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Quante collane?

- Dunque sono 6 collane diverse in tutto.

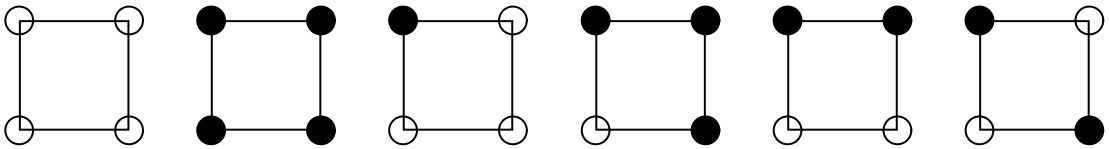


- In questo caso era facile contarle direttamente.

Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Quante collane?

- Dunque sono 6 collane diverse in tutto.



- In questo caso era facile contarle direttamente.
- Come si fa in generale?

Il piano

1 Le regole
- Le regole del Sudoku
- Simmetrie

2 Contare
- Quante griglie Sudoku
- Permutazioni
- Contare collane
- Una formula per contare
- Gruppi di simmetrie

3 Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
- Simmetrie
- Comporre simmetrie
- Griglie fi ssate

4 Da vedere
- Letture consigliate

Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

William Burnside, 1852–1927

Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Un po' di storia

Si usa un risultato che per molto tempo è stato chiamato *Lemma di Burnside*. E' contenuto nel primo testo pubblicato in inglese di Teoria dei Gruppi

William Burnside,
The Theory of Groups of Finite Order,
Cambridge, 1897.

П. M. Neumann,
A lemma that is not Burnside's,
Math. Sci. **4** (1979), no. 2, 133–141

Neumann ha mostrato che il risultato era stato già provato da Cauchy (1845) per il *caso transitivo*, e da Frobenius (1887) per il caso generale.

Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Un po' di storia

Si usa un risultato che per molto tempo è stato chiamato *Lemma di Burnside*. E' contenuto nel primo testo pubblicato in inglese di Teoria dei Gruppi

William Burnside,
The Theory of Groups of Finite Order,
Cambridge, 1897.

P. M. Neumann,
A lemma that is not Burnside's,
Math. Sci. **4** (1979), no. 2, 133–141

Neumann ha mostrato che il risultato era stato già provato da Cauchy (1845) per il *caso transitivo*, e da Frobenius (1887) per il caso generale.

Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Un po' di storia

Si usa un risultato che per molto tempo è stato chiamato *Lemma di Burnside*. E' contenuto nel primo testo pubblicato in inglese di Teoria dei Gruppi

William Burnside,
The Theory of Groups of Finite Order,
Cambridge, 1897.

П. M. Neumann,
A lemma that is not Burnside's,
Math. Sci. **4** (1979), no. 2, 133–141

Neumann ha mostrato che il risultato era stato già provato da Cauchy (1845) per il *caso transitivo*, e da Frobenius (1887) per il caso generale.

Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Un po' di storia

Si usa un risultato che per molto tempo è stato chiamato *Lemma di Burnside*. E' contenuto nel primo testo pubblicato in inglese di Teoria dei Gruppi

William Burnside,
The Theory of Groups of Finite Order,
Cambridge, 1897.

П. M. Neumann,
A lemma that is not Burnside's,
Math. Sci. **4** (1979), no. 2, 133–141

Neumann ha mostrato che il risultato era stato già provato da Cauchy (1845) per il *caso transitivo*, e da Frobenius (1887) per il caso generale.

Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Un po' di storia

Si usa un risultato che per molto tempo è stato chiamato *Lemma di Burnside*. E' contenuto nel primo testo pubblicato in inglese di Teoria dei Gruppi

William Burnside,
The Theory of Groups of Finite Order,
Cambridge, 1897.

П. M. Neumann,
A lemma that is not Burnside's,
Math. Sci. **4** (1979), no. 2, 133–141

Neumann ha mostrato che il risultato era stato già provato da Cauchy (1845) per il *caso transitivo*, e da Frobenius (1887) per il caso generale.

Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Augustin-Louis Cauchy 1789–1857

Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Ferdinand Georg Frobenius 1849–1917

Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Punti fi ssi e numero di collane

- Sia G un gruppo che agisce su un insieme Ω. Per esempio $\Omega =$ le collane, $G =$ le rotazioni.
- Per ogni $g \in G$, sia $F(g)$ il numero di elementi fi ssati da g, cioè quante collane rimangono invariate se le faccio ruotare con la rotazione g.
- Sia n il numero di orbite di G su Ω, cioè quante collane *diverse* ci sono.
- Allora

$$n = \frac{1}{|G|} \sum_{g \in G} F(g),$$

cioè il numero di collane diverse è la *media* del numero di collane che rimangono invariate.

Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Punti fi ssi e numero di collane

- Sia G un gruppo che agisce su un insieme Ω. Per esempio $\Omega =$ le collane, $G =$ le rotazioni.
- Per ogni $g \in G$, sia $F(g)$ il numero di elementi fi ssati da g, cioè quante collane rimangono invariate se le faccio ruotare con la rotazione g.
- Sia n il numero di orbite di G su Ω, cioè quante collane *diverse* ci sono.
- Allora

$$n = \frac{1}{|G|} \sum_{g \in G} F(g),$$

cioè il numero di collane diverse è la *media* del numero di collane che rimangono invariate.

Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Punti fi ssi e numero di collane

- Sia G un gruppo che agisce su un insieme Ω. Per esempio $\Omega =$ le collane, $G =$ le rotazioni.
- Per ogni $g \in G$, sia $F(g)$ il numero di elementi fi ssati da g, cioè quante collane rimangono invariate se le faccio ruotare con la rotazione g.
- Sia n il numero di orbite di G su Ω, cioè quante collane *diverse* ci sono.
- Allora

$$n = \frac{1}{|G|} \sum_{g \in G} F(g),$$

cioè il numero di collane diverse è la *media* del numero di collane che rimangono invariate.

Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Punti fi ssi e numero di collane

- Sia G un gruppo che agisce su un insieme Ω. Per esempio $\Omega =$ le collane, $G =$ le rotazioni.
- Per ogni $g \in G$, sia $F(g)$ il numero di elementi fi ssati da g, cioè quante collane rimangono invariate se le faccio ruotare con la rotazione g.
- Sia n il numero di orbite di G su Ω, cioè quante collane *diverse* ci sono.
- Allora

$$n = \frac{1}{|G|} \sum_{g \in G} F(g),$$

cioè il numero di collane diverse è la *media* del numero di collane che rimangono invariate.

Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Punti fi ssi e numero di collane

- Sia G un gruppo che agisce su un insieme Ω. Per esempio $\Omega =$ le collane, $G =$ le rotazioni.
- Per ogni $g \in G$, sia $F(g)$ il numero di elementi fi ssati da g, cioè quante collane rimangono invariate se le faccio ruotare con la rotazione g.
- Sia n il numero di orbite di G su Ω, cioè quante collane *diverse* ci sono.
- Allora

$$n = \frac{1}{|G|} \sum_{g \in G} F(g),$$

cioè il numero di collane diverse è la *media* del numero di collane che rimangono invariate.

Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Punti fi ssi e numero di collane

- Sia G un gruppo che agisce su un insieme Ω. Per esempio $\Omega =$ le collane, $G =$ le rotazioni.
- Per ogni $g \in G$, sia $F(g)$ il numero di elementi fi ssati da g, cioè quante collane rimangono invariate se le faccio ruotare con la rotazione g.
- Sia n il numero di orbite di G su Ω, cioè quante collane *diverse* ci sono.
- Allora

$$n = \frac{1}{|G|} \sum_{g \in G} F(g),$$

cioè il numero di collane diverse è la *media* del numero di collane che rimangono invariate.

Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Punti fi ssi e numero di collane

- Sia G un gruppo che agisce su un insieme Ω. Per esempio $\Omega =$ le collane, $G =$ le rotazioni.
- Per ogni $g \in G$, sia $F(g)$ il numero di elementi fi ssati da g, cioè quante collane rimangono invariate se le faccio ruotare con la rotazione g.
- Sia n il numero di orbite di G su Ω, cioè quante collane *diverse* ci sono.
- Allora

$$n = \frac{1}{|G|} \sum_{g \in G} F(g),$$

cioè il numero di collane diverse è la *media* del numero di collane che rimangono invariate.

Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Punti fi ssi e numero di collane

- Sia G un gruppo che agisce su un insieme Ω. Per esempio $\Omega =$ le collane, $G =$ le rotazioni.
- Per ogni $g \in G$, sia $F(g)$ il numero di elementi fi ssati da g, cioè quante collane rimangono invariate se le faccio ruotare con la rotazione g.
- Sia n il numero di orbite di G su Ω, cioè quante collane *diverse* ci sono.
- Allora
$$n = \frac{1}{|G|} \sum_{g \in G} F(g),$$
cioè il numero di collane diverse è la *media* del numero di collane che rimangono invariate.

Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Dimostrazione

- La formula
$$n = \frac{1}{|G|} \sum_{g \in G} F(g)$$
rappresenta una versione aggiornata del noto metodo per contare le pecore in un prato, che consiste nel contare le zampe, e poi dividere per quattro.
- E' un argomento di *doppio conteggio*.
- Se conto *per righe*, ottengo la somma $\sum_{g \in G} F(g)$.
- Se conto *per colonne*, e tengo conto del *Teorema Orbita-Stabilizzatore*, ottengo $n \cdot |G|$.
- Si vede meglio con una fi gura!

Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Dimostrazione

- La formula
$$n = \frac{1}{|G|} \sum_{g \in G} F(g)$$
rappresenta una versione aggiornata del noto metodo per contare le pecore in un prato, che consiste nel contare le zampe, e poi dividere per quattro.
- E' un argomento di *doppio conteggio*.
- Se conto *per righe*, ottengo la somma $\sum_{g \in G} F(g)$.
- Se conto *per colonne*, e tengo conto del *Teorema Orbita-Stabilizzatore*, ottengo $n \cdot |G|$.
- Si vede meglio con una fi gura!

Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Dimostrazione

- La formula
$$n = \frac{1}{|G|} \sum_{g \in G} F(g)$$
rappresenta una versione aggiornata del noto metodo per contare le pecore in un prato, che consiste nel contare le zampe, e poi dividere per quattro.
- E' un argomento di *doppio conteggio*.
- Se conto *per righe*, ottengo la somma $\sum_{g \in G} F(g)$.
- Se conto *per colonne*, e tengo conto del *Teorema Orbita-Stabilizzatore*, ottengo $n \cdot |G|$.
- Si vede meglio con una fi gura!

Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Dimostrazione

- La formula
$$n = \frac{1}{|G|} \sum_{g \in G} F(g)$$
rappresenta una versione aggiornata del noto metodo per contare le pecore in un prato, che consiste nel contare le zampe, e poi dividere per quattro.
- E' un argomento di *doppio conteggio*.
- Se conto *per righe*, ottengo la somma $\sum_{g \in G} F(g)$.
- Se conto *per colonne*, e tengo conto del *Teorema Orbita-Stabilizzatore*, ottengo $n \cdot |G|$.
- Si vede meglio con una fi gura!

Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Dimostrazione

- La formula
$$n = \frac{1}{|G|} \sum_{g \in G} F(g)$$
rappresenta una versione aggiornata del noto metodo per contare le pecore in un prato, che consiste nel contare le zampe, e poi dividere per quattro.
- E' un argomento di *doppio conteggio*.
- Se conto *per righe*, ottengo la somma $\sum_{g \in G} F(g)$.
- Se conto *per colonne*, e tengo conto del *Teorema Orbita-Stabilizzatore*, ottengo $n \cdot |G|$.
- Si vede meglio con una fi gura!

Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Dimostrazione

- La formula
$$n = \frac{1}{|G|} \sum_{g \in G} F(g)$$
rappresenta una versione aggiornata del noto metodo per contare le pecore in un prato, che consiste nel contare le zampe, e poi dividere per quattro.
- E' un argomento di *doppio conteggio*.
- Se conto *per righe*, ottengo la somma $\sum_{g \in G} F(g)$.
- Se conto *per colonne*, e tengo conto del *Teorema Orbita-Stabilizzatore*, ottengo $n \cdot |G|$.
- Si vede meglio con una fi gura!

Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Dimostrazione

- La formula
$$n = \frac{1}{|G|} \sum_{g \in G} F(g)$$
rappresenta una versione aggiornata del noto metodo per contare le pecore in un prato, che consiste nel contare le zampe, e poi dividere per quattro.
- E' un argomento di *doppio conteggio*.
- Se conto *per righe*, ottengo la somma $\sum_{g \in G} F(g)$.
- Se conto *per colonne*, e tengo conto del *Teorema Orbita-Stabilizzatore*, ottengo $n \cdot |G|$.
- Si vede meglio con una fi gura!

Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Dimostrazione

- La formula
$$n = \frac{1}{|G|} \sum_{g \in G} F(g)$$
rappresenta una versione aggiornata del noto metodo per contare le pecore in un prato, che consiste nel contare le zampe, e poi dividere per quattro.
- E' un argomento di *doppio conteggio*.
- Se conto *per righe*, ottengo la somma $\sum_{g \in G} F(g)$.
- Se conto *per colonne*, e tengo conto del *Teorema Orbita-Stabilizzatore*, ottengo $n \cdot |G|$.
- Si vede meglio con una fi gura!

Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Dimostrazione

- La formula
$$n = \frac{1}{|G|} \sum_{g \in G} F(g)$$
rappresenta una versione aggiornata del noto metodo per contare le pecore in un prato, che consiste nel contare le zampe, e poi dividere per quattro.
- E' un argomento di *doppio conteggio*.
- Se conto *per righe*, ottengo la somma $\sum_{g \in G} F(g)$.
- Se conto *per colonne*, e tengo conto del *Teorema Orbita-Stabilizzatore*, ottengo $n \cdot |G|$.
- Si vede meglio con una fi gura!

Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Dimostrazione

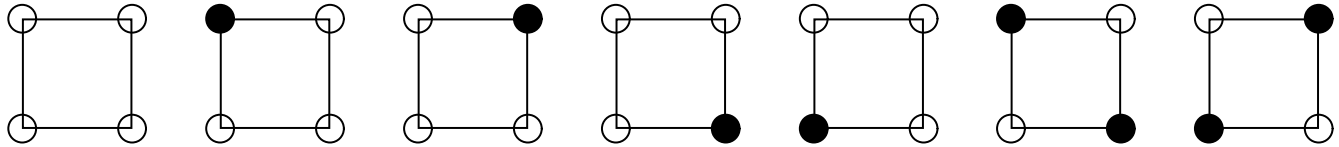
- La formula
$$n = \frac{1}{|G|} \sum_{g \in G} F(g)$$
rappresenta una versione aggiornata del noto metodo per contare le pecore in un prato, che consiste nel contare le zampe, e poi dividere per quattro.
- E' un argomento di *doppio conteggio*.
- Se conto *per righe*, ottengo la somma $\sum_{g \in G} F(g)$.
- Se conto *per colonne*, e tengo conto del *Teorema Orbita-Stabilizzatore*, ottengo $n \cdot |G|$.
- Si vede meglio con una fi gura!

Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Cauchy-Frobenius (già Burnside)

Traccio una crocetta quando la rotazione a sinistra fi ssa la collana in alto.

Ogni insieme di collane equivalenti (orbita) dà luogo a tante crocette quante sono le rotazioni (elementi del gruppo).

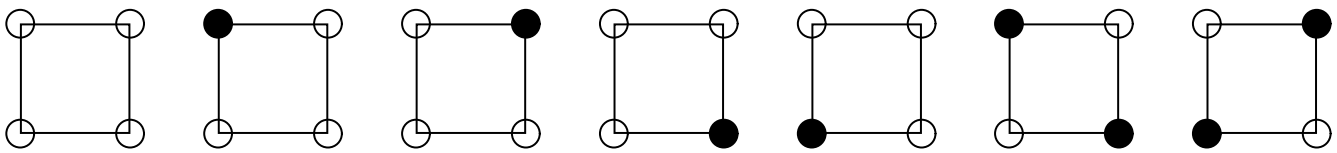


	X	X	X	X	X	X	X
	X						
	X					X	X
	X						

Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Cauchy-Frobenius (già Burnside)

Traccio una crocetta quando la rotazione a sinistra fi ssa la collana in alto.
Ogni insieme di collane equivalenti (orbita) dà luogo a tante crocette quante sono le rotazioni (elementi del gruppo).

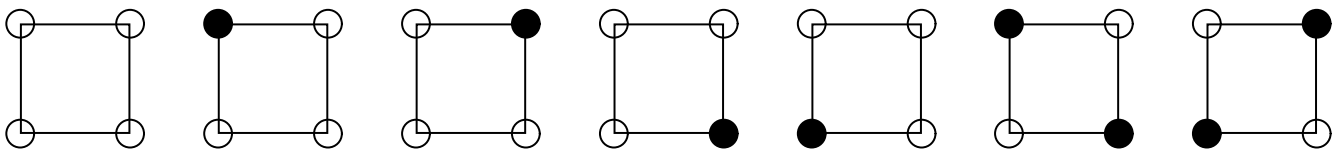


○	x	x	x	x	x	x	x
◡	x						
◡	x					x	x
◡	x						

Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Cauchy-Frobenius (già Burnside)

Traccio una crocetta quando la rotazione a sinistra fi ssa la collana in alto.
Ogni insieme di collane equivalenti (orbita) dà luogo a tante crocette quante sono le rotazioni (elementi del gruppo).

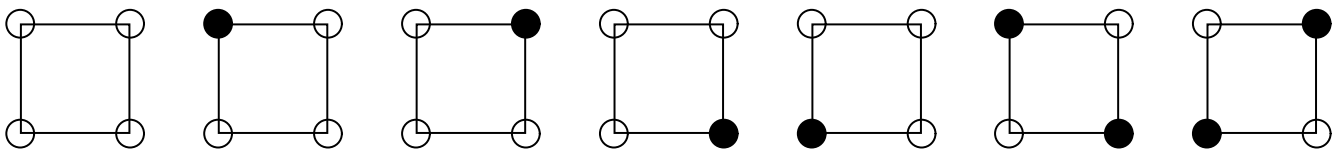


○	X	X	X	X	X	X	X
◡	X						
◡	X					X	X
◡	X						

Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Cauchy-Frobenius (già Burnside)

Traccio una crocetta quando la rotazione a sinistra fi ssa la collana in alto.
Ogni insieme di collane equivalenti (orbita) dà luogo a tante crocette quante sono le rotazioni (elementi del gruppo).

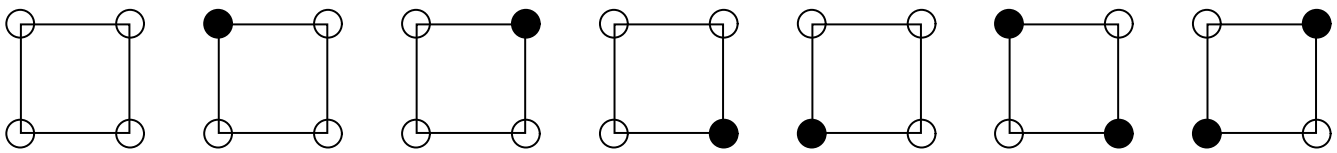


○	X	X	X	X	X	X	X
◡	X						
◡	X					X	X
◡	X						

Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Cauchy-Frobenius (già Burnside)

Traccio una crocetta quando la rotazione a sinistra fi ssa la collana in alto.
Ogni insieme di collane equivalenti (orbita) dà luogo a tante crocette quante sono le rotazioni (elementi del gruppo).



○	X	X	X	X	X	X	X
◡	X						
◡	X					X	X
◡	X						

Il piano

1 Le regole
- Le regole del Sudoku
- Simmetrie

2 Contare
- Quante griglie Sudoku
- Permutazioni
- Contare collane
- Una formula per contare
- Gruppi di simmetrie

3 Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
- Simmetrie
- Comporre simmetrie
- Griglie fi ssate

4 Da vedere
- Letture consigliate

Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Collane di cinque palline

- Quante collane si possono fare con *cinque* palline bianche o nere?

Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Collane di cinque palline

- Quante collane si possono fare con *cinque* palline bianche o nere?
- Come prima, sono $2^5 = 32$.

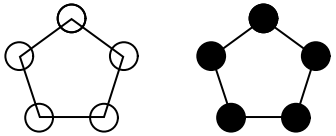
Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Collane di cinque palline

- Quante collane si possono fare con *cinque* palline bianche o nere?
- Come prima, sono $2^5 = 32$.
- Quante collane *diverse* si possono fare con *cinque* palline bianche o nere?

Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

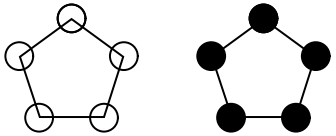
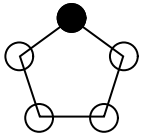
Collane di cinque palline

- Quante collane si possono fare con *cinque* palline bianche o nere?
- Come prima, sono $2^5 = 32$.
- Quante collane *diverse* si possono fare con *cinque* palline bianche o nere?
- 

Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Collane di cinque palline

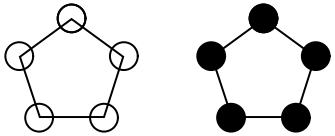
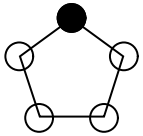
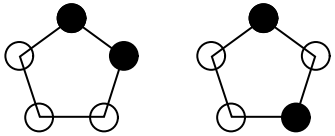
- Quante collane si possono fare con *cinque* palline bianche o nere?
- Come prima, sono $2^5 = 32$.
- Quante collane *diverse* si possono fare con *cinque* palline bianche o nere?

- 
- 

Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

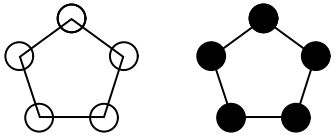
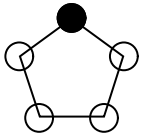
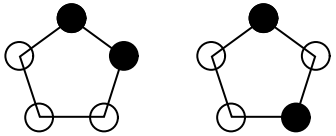
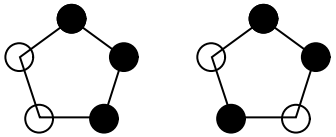
Collane di cinque palline

- Quante collane si possono fare con *cinque* palline bianche o nere?
- Come prima, sono $2^5 = 32$.
- Quante collane *diverse* si possono fare con *cinque* palline bianche o nere?

- 
- 
- 

Collane di cinque palline

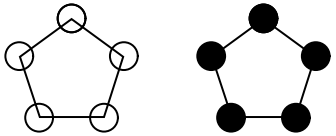
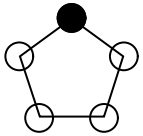
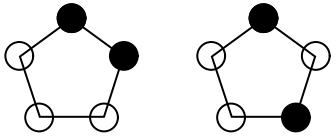
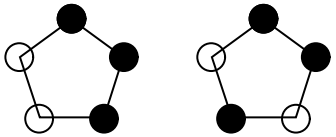
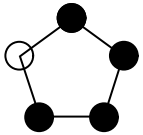
- Quante collane si possono fare con *cinque* palline bianche o nere?
- Come prima, sono $2^5 = 32$.
- Quante collane *diverse* si possono fare con *cinque* palline bianche o nere?

- 
- 
- 
- 

Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Collane di cinque palline

- Quante collane si possono fare con *cinque* palline bianche o nere?
- Come prima, sono $2^5 = 32$.
- Quante collane *diverse* si possono fare con *cinque* palline bianche o nere?

- 
- 
- 
- 
- 

Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Quale gruppo?

- Dobbiamo decidere se ci basta il *gruppo ciclico* delle cinque rotazioni

Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Quale gruppo?

- Dobbiamo decidere se ci basta il *gruppo ciclico* delle cinque rotazioni, o il *gruppo diedrale*, a cui vanno aggiunte anche le cinque *riflessioni*.

Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Quale gruppo?

- Dobbiamo decidere se ci basta il *gruppo ciclico* delle cinque rotazioni, o il *gruppo diedrale*, a cui vanno aggiunte anche le cinque *riflessioni*.
- In questo caso è indifferente.

Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Quante collane?

Questa trasformazione	

Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Quante collane?

Questa trasformazione	fissa

Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Quante collane?

Questa trasformazione	**fissa**
L'identità	

Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Quante collane?

Questa trasformazione	**fissa**
L'identità	tutte le 32 collane.

Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Quante collane?

Questa trasformazione	**fissa**
L'identità	tutte le 32 collane.
Una delle 4 rotazioni	

Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Quante collane?

Questa trasformazione	**fissa**
L'identità	tutte le 32 collane.
Una delle 4 rotazioni	solo le 2 collane "bianca" e " nera".

Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Quante collane?

Questa trasformazione	**fissa**
L'identità	tutte le 32 collane.
Una delle 4 rotazioni	solo le 2 collane "bianca" e " nera".
Una delle 5 riflessioni	

Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

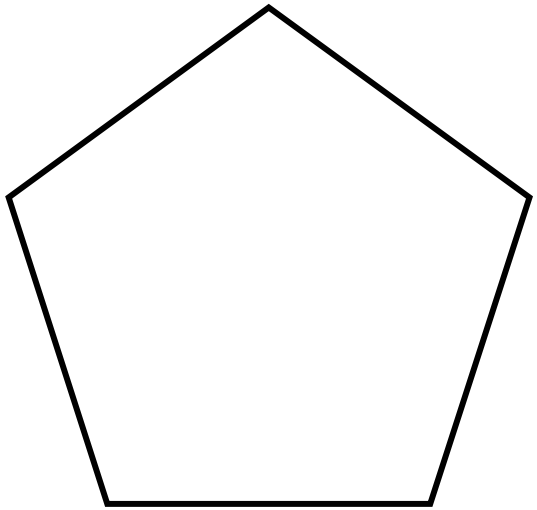
Quante collane?

Questa trasformazione	**fissa**
L'identità	tutte le 32 collane.
Una delle 4 rotazioni	solo le 2 collane "bianca" e " nera".
Una delle 5 riflessioni	...

Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Collane fissate da una riflessione

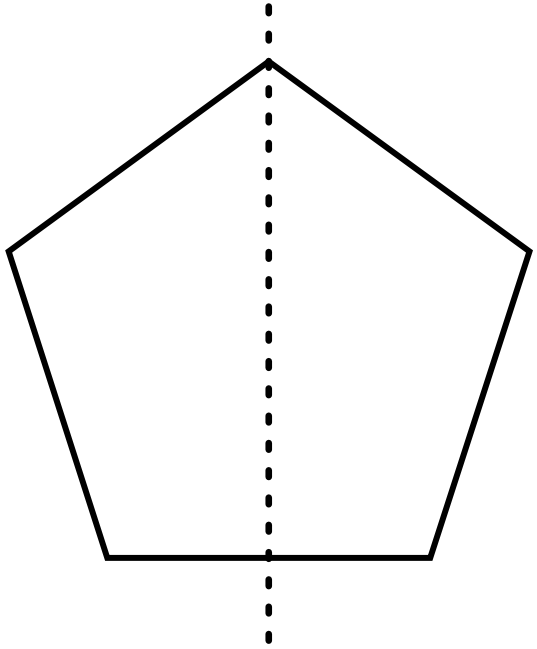
Quante collane sono fissate



Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Collane fissate da una riflessione

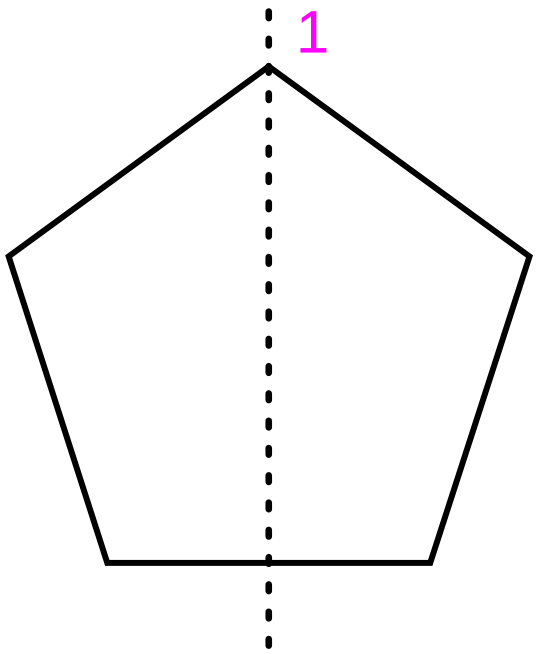
Quante collane sono fissate da questa riflessione?



Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Collane fissate da una riflessione

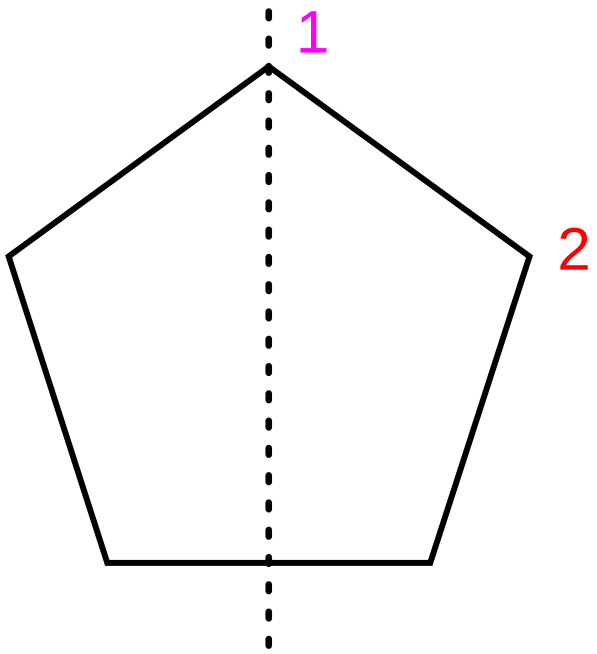
Quante collane sono fissate da questa riflessione?
Possiamo scegliere liberamente il colore di questo vertice



Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Collane fissate da una riflessione

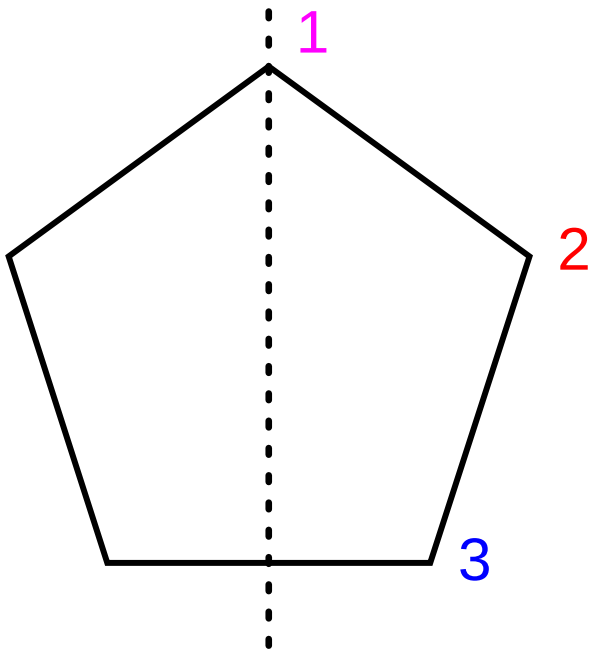
Quante collane sono fissate da questa riflessione?
Possiamo scegliere liberamente il colore di questo vertice, e anche di questo



Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Collane fissate da una riflessione

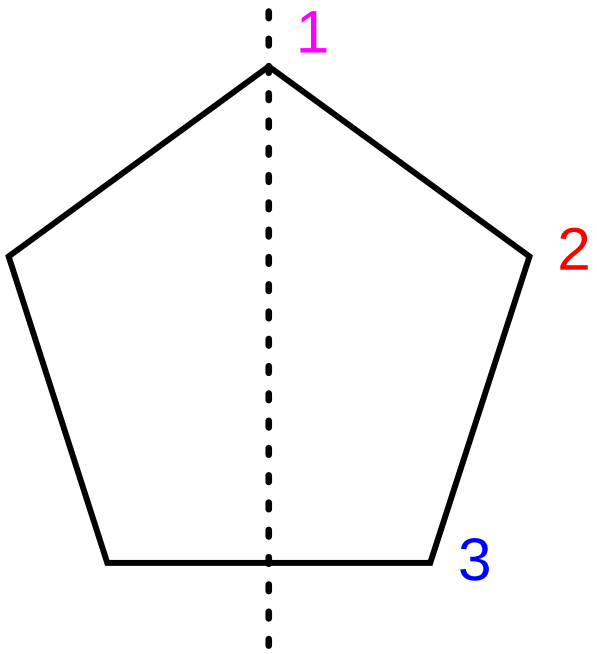
Quante collane sono fissate da questa riflessione?
Possiamo scegliere liberamente il colore di questo vertice, e anche di questo e questo.



Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Collane fissate da una riflessione

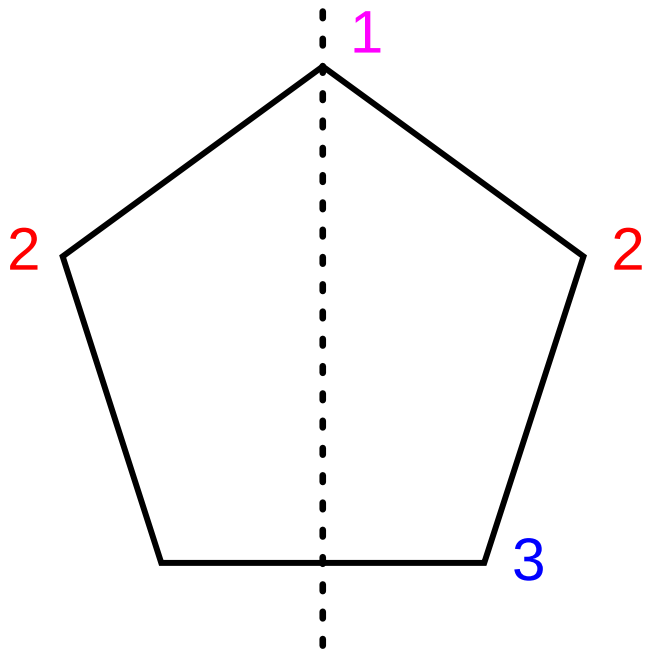
Quante collane sono fissate da questa riflessione?
Possiamo scegliere liberamente il colore di questo vertice, e anche di questo e questo. Ma poi non ci restano altre scelte.



Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Collane fissate da una riflessione

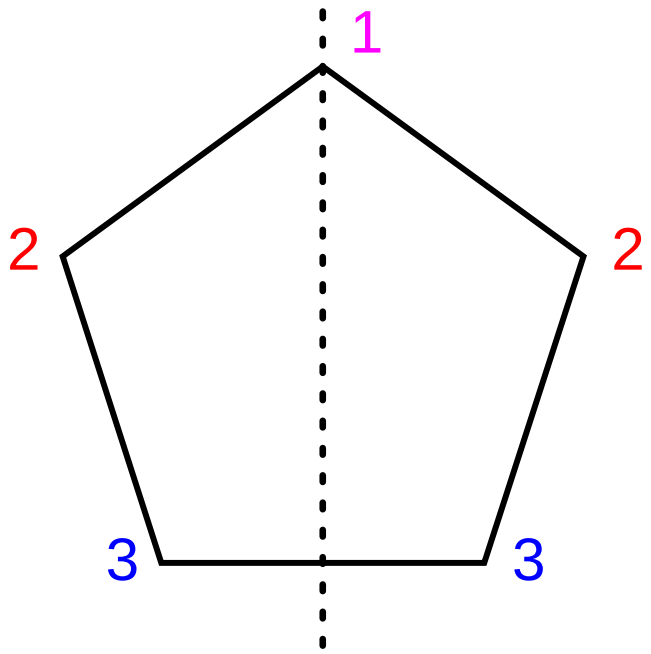
Quante collane sono fissate da questa riflessione?
Possiamo scegliere liberamente il colore di questo vertice, e anche di questo e questo. Ma poi non ci restano altre scelte.



Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Collane fissate da una riflessione

Quante collane sono fissate da questa riflessione?
Possiamo scegliere liberamente il colore di questo vertice, e anche di questo e questo. Ma poi non ci restano altre scelte.



Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Quante collane?

Questa trasformazione	**fissa**
L'identità	tutte le 32 collane.
Una delle 4 rotazioni	solo le 2 collane "bianca" e " nera".
Una delle 5 riflessioni	$2^3 = 8$ collane.

Dunque usando il gruppo diedrale il numero di collane *diverse* è

$$\frac{32 + 4 \cdot 2 + 5 \cdot 8}{10} = \frac{80}{10} = 8.$$

Il risultato non cambia se usiamo solo le rotazioni:

$$\frac{32 + 4 \cdot 2}{5} = \frac{40}{5} = 8.$$

Notate che non abbiamo dovuto fare il conto per *tutti* gli elementi del gruppo, ma solo per alcuni *rappresentanti*.

Quante collane?

Questa trasformazione	**fissa**
L'identità	tutte le 32 collane.
Una delle 4 rotazioni	solo le 2 collane "bianca" e " nera".
Una delle 5 riflessioni	$2^3 = 8$ collane.

Dunque usando il gruppo diedrale il numero di collane *diverse* è

$$\frac{32 + 4 \cdot 2 + 5 \cdot 8}{10} = \frac{80}{10} = 8.$$

Il risultato non cambia se usiamo solo le rotazioni:

$$\frac{32 + 4 \cdot 2}{5} = \frac{40}{5} = 8.$$

Notate che non abbiamo dovuto fare il conto per *tutti* gli elementi del gruppo, ma solo per alcuni *rappresentanti*.

Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Quante collane?

Questa trasformazione	**fissa**
L'identità	tutte le 32 collane.
Una delle 4 rotazioni	solo le 2 collane "bianca" e " nera".
Una delle 5 riflessioni	$2^3 = 8$ collane.

Dunque usando il gruppo diedrale il numero di collane *diverse* è

$$\frac{32 + 4 \cdot 2 + 5 \cdot 8}{10} = \frac{80}{10} = 8.$$

Il risultato non cambia se usiamo solo le rotazioni:

$$\frac{32 + 4 \cdot 2}{5} = \frac{40}{5} = 8.$$

Notate che non abbiamo dovuto fare il conto per *tutti* gli elementi del gruppo, ma solo per alcuni *rappresentanti*.

Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Quante collane?

Questa trasformazione	**fissa**
L'identità	tutte le 32 collane.
Una delle 4 rotazioni	solo le 2 collane "bianca" e " nera".
Una delle 5 riflessioni	$2^3 = 8$ collane.

Dunque usando il gruppo diedrale il numero di collane *diverse* è

$$\frac{32 + 4 \cdot 2 + 5 \cdot 8}{10} = \frac{80}{10} = 8.$$

Il risultato non cambia se usiamo solo le rotazioni:

$$\frac{32 + 4 \cdot 2}{5} = \frac{40}{5} = 8.$$

Notate che non abbiamo dovuto fare il conto per *tutti* gli elementi del gruppo, ma solo per alcuni *rappresentanti*.

Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Quante collane?

Questa trasformazione	**fissa**
L'identità	tutte le 32 collane.
Una delle 4 rotazioni	solo le 2 collane "bianca" e " nera".
Una delle 5 riflessioni	$2^3 = 8$ collane.

Dunque usando il gruppo diedrale il numero di collane *diverse* è

$$\frac{32 + 4 \cdot 2 + 5 \cdot 8}{10} = \frac{80}{10} = 8.$$

Il risultato non cambia se usiamo solo le rotazioni:

$$\frac{32 + 4 \cdot 2}{5} = \frac{40}{5} = 8.$$

Notate che non abbiamo dovuto fare il conto per *tutti* gli elementi del gruppo, ma solo per alcuni *rappresentanti*.

Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Quante collane?

Questa trasformazione	**fissa**
L'identità	tutte le 32 collane.
Una delle 4 rotazioni	solo le 2 collane "bianca" e " nera".
Una delle 5 riflessioni	$2^3 = 8$ collane.

Dunque usando il gruppo diedrale il numero di collane *diverse* è

$$\frac{32 + 4 \cdot 2 + 5 \cdot 8}{10} = \frac{80}{10} = 8.$$

Il risultato non cambia se usiamo solo le rotazioni:

$$\frac{32 + 4 \cdot 2}{5} = \frac{40}{5} = 8.$$

Notate che non abbiamo dovuto fare il conto per *tutti* gli elementi del gruppo, ma solo per alcuni *rappresentanti*.

Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Quante collane?

Questa trasformazione	**fissa**
L'identità	tutte le 32 collane.
Una delle 4 rotazioni	solo le 2 collane "bianca" e " nera".
Una delle 5 riflessioni	$2^3 = 8$ collane.

Dunque usando il gruppo diedrale il numero di collane *diverse* è

$$\frac{32 + 4 \cdot 2 + 5 \cdot 8}{10} = \frac{80}{10} = 8.$$

Il risultato non cambia se usiamo solo le rotazioni:

$$\frac{32 + 4 \cdot 2}{5} = \frac{40}{5} = 8.$$

Notate che non abbiamo dovuto fare il conto per *tutti* gli elementi del gruppo, ma solo per alcuni *rappresentanti*.

Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Quante collane?

Questa trasformazione	**fissa**
L'identità	tutte le 32 collane.
Una delle 4 rotazioni	solo le 2 collane "bianca" e " nera".
Una delle 5 riflessioni	$2^3 = 8$ collane.

Dunque usando il gruppo diedrale il numero di collane *diverse* è

$$\frac{32 + 4 \cdot 2 + 5 \cdot 8}{10} = \frac{80}{10} = 8.$$

Il risultato non cambia se usiamo solo le rotazioni:

$$\frac{32 + 4 \cdot 2}{5} = \frac{40}{5} = 8.$$

Notate che non abbiamo dovuto fare il conto per *tutti* gli elementi del gruppo, ma solo per alcuni *rappresentanti*.

Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Quante collane?

Questa trasformazione	**fissa**
L'identità	tutte le 32 collane.
Una delle 4 rotazioni	solo le 2 collane "bianca" e " nera".
Una delle 5 riflessioni	$2^3 = 8$ collane.

Dunque usando il gruppo diedrale il numero di collane *diverse* è

$$\frac{32 + 4 \cdot 2 + 5 \cdot 8}{10} = \frac{80}{10} = 8.$$

Il risultato non cambia se usiamo solo le rotazioni:

$$\frac{32 + 4 \cdot 2}{5} = \frac{40}{5} = 8.$$

Notate che non abbiamo dovuto fare il conto per *tutti* gli elementi del gruppo, ma solo per alcuni *rappresentanti*.

Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Quante collane?

Questa trasformazione	**fissa**
L'identità	tutte le 32 collane.
Una delle 4 rotazioni	solo le 2 collane "bianca" e " nera".
Una delle 5 riflessioni	$2^3 = 8$ collane.

Dunque usando il gruppo diedrale il numero di collane *diverse* è

$$\frac{32 + 4 \cdot 2 + 5 \cdot 8}{10} = \frac{80}{10} = 8.$$

Il risultato non cambia se usiamo solo le rotazioni:

$$\frac{32 + 4 \cdot 2}{5} = \frac{40}{5} = 8.$$

Notate che non abbiamo dovuto fare il conto per *tutti* gli elementi del gruppo, ma solo per alcuni *rappresentanti*.

Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Quante collane?

Questa trasformazione	**fissa**
L'identità	tutte le 32 collane.
Una delle 4 rotazioni	solo le 2 collane "bianca" e " nera".
Una delle 5 riflessioni	$2^3 = 8$ collane.

Dunque usando il gruppo diedrale il numero di collane *diverse* è

$$\frac{32 + 4 \cdot 2 + 5 \cdot 8}{10} = \frac{80}{10} = 8.$$

Il risultato non cambia se usiamo solo le rotazioni:

$$\frac{32 + 4 \cdot 2}{5} = \frac{40}{5} = 8.$$

Notate che non abbiamo dovuto fare il conto per *tutti* gli elementi del gruppo, ma solo per alcuni *rappresentanti*.

Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Quante collane?

Questa trasformazione	**fissa**
L'identità	tutte le 32 collane.
Una delle 4 rotazioni	solo le 2 collane "bianca" e " nera".
Una delle 5 riflessioni	$2^3 = 8$ collane.

Dunque usando il gruppo diedrale il numero di collane *diverse* è

$$\frac{32 + 4 \cdot 2 + 5 \cdot 8}{10} = \frac{80}{10} = 8.$$

Il risultato non cambia se usiamo solo le rotazioni:

$$\frac{32 + 4 \cdot 2}{5} = \frac{40}{5} = 8.$$

Notate che non abbiamo dovuto fare il conto per *tutti* gli elementi del gruppo, ma solo per alcuni *rappresentanti*.

Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Quante collane?

Questa trasformazione	**fissa**
L'identità	tutte le 32 collane.
Una delle 4 rotazioni	solo le 2 collane "bianca" e " nera".
Una delle 5 riflessioni	$2^3 = 8$ collane.

Dunque usando il gruppo diedrale il numero di collane *diverse* è

$$\frac{32 + 4 \cdot 2 + 5 \cdot 8}{10} = \frac{80}{10} = 8.$$

Il risultato non cambia se usiamo solo le rotazioni:

$$\frac{32 + 4 \cdot 2}{5} = \frac{40}{5} = 8.$$

Notate che non abbiamo dovuto fare il conto per *tutti* gli elementi del gruppo, ma solo per alcuni *rappresentanti*.

Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Quante collane?

Questa trasformazione	**fissa**
L'identità	tutte le 32 collane.
Una delle 4 rotazioni	solo le 2 collane "bianca" e " nera".
Una delle 5 riflessioni	$2^3 = 8$ collane.

Dunque usando il gruppo diedrale il numero di collane *diverse* è

$$\frac{32 + 4 \cdot 2 + 5 \cdot 8}{10} = \frac{80}{10} = 8.$$

Il risultato non cambia se usiamo solo le rotazioni:

$$\frac{32 + 4 \cdot 2}{5} = \frac{40}{5} = 8.$$

Notate che non abbiamo dovuto fare il conto per *tutti* gli elementi del gruppo, ma solo per alcuni *rappresentanti*.

Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Quante collane?

Questa trasformazione	**fissa**
L'identità	tutte le 32 collane.
Una delle 4 rotazioni	solo le 2 collane "bianca" e " nera".
Una delle 5 riflessioni	$2^3 = 8$ collane.

Dunque usando il gruppo diedrale il numero di collane *diverse* è

$$\frac{32 + 4 \cdot 2 + 5 \cdot 8}{10} = \frac{80}{10} = 8.$$

Il risultato non cambia se usiamo solo le rotazioni:

$$\frac{32 + 4 \cdot 2}{5} = \frac{40}{5} = 8.$$

Notate che non abbiamo dovuto fare il conto per *tutti* gli elementi del gruppo, ma solo per alcuni *rappresentanti*.

Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Quante collane?

Questa trasformazione	**fissa**
L'identità	tutte le 32 collane.
Una delle 4 rotazioni	solo le 2 collane "bianca" e " nera".
Una delle 5 riflessioni	$2^3 = 8$ collane.

Dunque usando il gruppo diedrale il numero di collane *diverse* è

$$\frac{32 + 4 \cdot 2 + 5 \cdot 8}{10} = \frac{80}{10} = 8.$$

Il risultato non cambia se usiamo solo le rotazioni:

$$\frac{32 + 4 \cdot 2}{5} = \frac{40}{5} = 8.$$

Notate che non abbiamo dovuto fare il conto per *tutti* gli elementi del gruppo, ma solo per alcuni *rappresentanti*.

Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Quante collane?

Questa trasformazione	**fissa**
L'identità	tutte le 32 collane.
Una delle 4 rotazioni	solo le 2 collane "bianca" e " nera".
Una delle 5 riflessioni	$2^3 = 8$ collane.

Dunque usando il gruppo diedrale il numero di collane *diverse* è

$$\frac{32 + 4 \cdot 2 + 5 \cdot 8}{10} = \frac{80}{10} = 8.$$

Il risultato non cambia se usiamo solo le rotazioni:

$$\frac{32 + 4 \cdot 2}{5} = \frac{40}{5} = 8.$$

Notate che non abbiamo dovuto fare il conto per *tutti* gli elementi del gruppo, ma solo per alcuni *rappresentanti*.

Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Sette palline

Con collane di 7 palline otteniamo due risultati diversi.

Contando solo le rotazioni otteniamo

$$\frac{128 + 6 \cdot 2}{7} = \frac{140}{7} = 20$$

Contando anche le riflessioni otteniamo

$$\frac{128 + 6 \cdot 2 + 7 \cdot 16}{14} = \frac{252}{14} = 18$$

Vuol dire che ci sono due coppie di collane che *non* si portano una nell'altra con una *rotazione*, ma *solo* con una *riflessione*.

Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Sette palline

Con collane di 7 palline otteniamo due risultati diversi. Contando solo le rotazioni otteniamo

$$\frac{128 + 6 \cdot 2}{7} = \frac{140}{7} = 20$$

Contando anche le riflessioni otteniamo

$$\frac{128 + 6 \cdot 2 + 7 \cdot 16}{14} = \frac{252}{14} = 18$$

Vuol dire che ci sono due coppie di collane che *non* si portano una nell'altra con una *rotazione*, ma *solo* con una *riflessione*.

Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Sette palline

Con collane di 7 palline otteniamo due risultati diversi. Contando solo le rotazioni otteniamo

$$\frac{128 + 6 \cdot 2}{7} = \frac{140}{7} = 20$$

Contando anche le riflessioni otteniamo

$$\frac{128 + 6 \cdot 2 + 7 \cdot 16}{14} = \frac{252}{14} = 18$$

Vuol dire che ci sono due coppie di collane che *non* si portano una nell'altra con una *rotazione*, ma *solo* con una *riflessione*.

Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Sette palline

Con collane di 7 palline otteniamo due risultati diversi. Contando solo le rotazioni otteniamo

$$\frac{128 + 6 \cdot 2}{7} = \frac{140}{7} = 20$$

Contando anche le riflessioni otteniamo

$$\frac{128 + 6 \cdot 2 + 7 \cdot 16}{14} = \frac{252}{14} = 18$$

Vuol dire che ci sono due coppie di collane che *non* si portano una nell'altra con una *rotazione*, ma *solo* con una *riflessione*.

Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Sette palline

Con collane di 7 palline otteniamo due risultati diversi. Contando solo le rotazioni otteniamo

$$\frac{128 + 6 \cdot 2}{7} = \frac{140}{7} = 20$$

Contando anche le riflessioni otteniamo

$$\frac{128 + 6 \cdot 2 + 7 \cdot 16}{14} = \frac{252}{14} = 18$$

Vuol dire che ci sono due coppie di collane che *non* si portano una nell'altra con una *rotazione*, ma *solo* con una *riflessione*.

Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

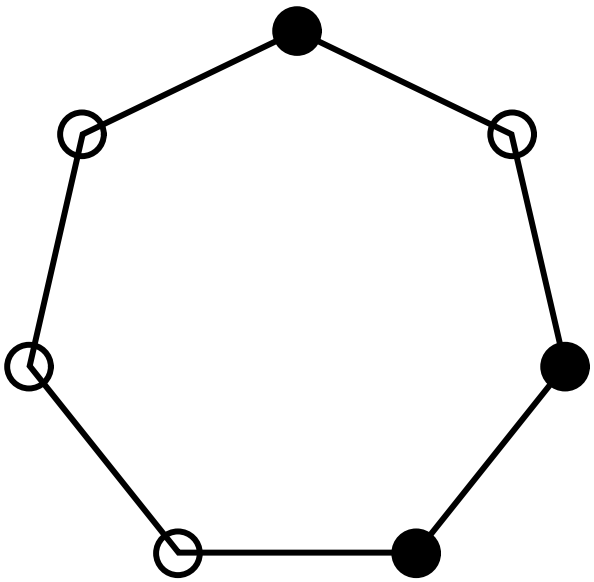
Due collane equivalenti solo per una riflessione

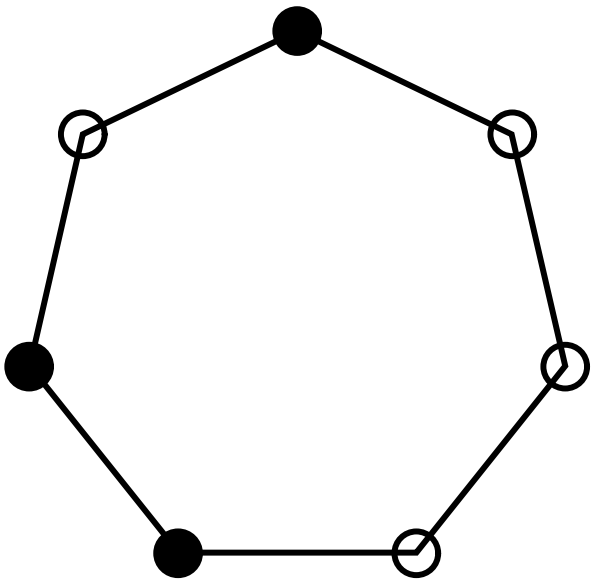
Queste due collane

Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Due collane equivalenti solo per una riflessione

Queste due collane vanno una nell'altra mediante una *riflessione*

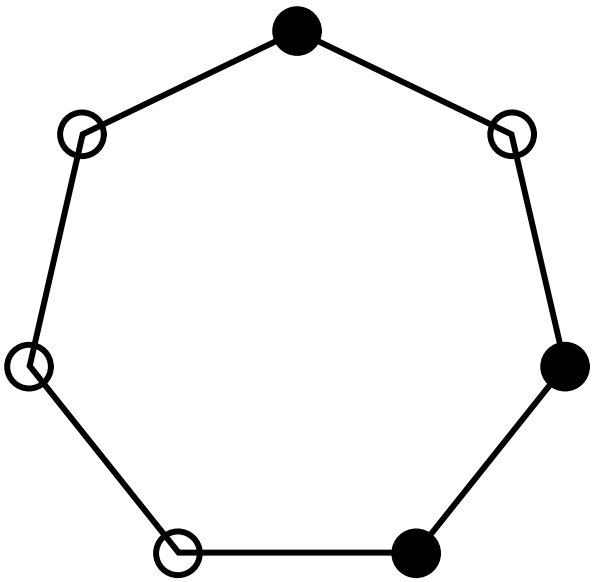


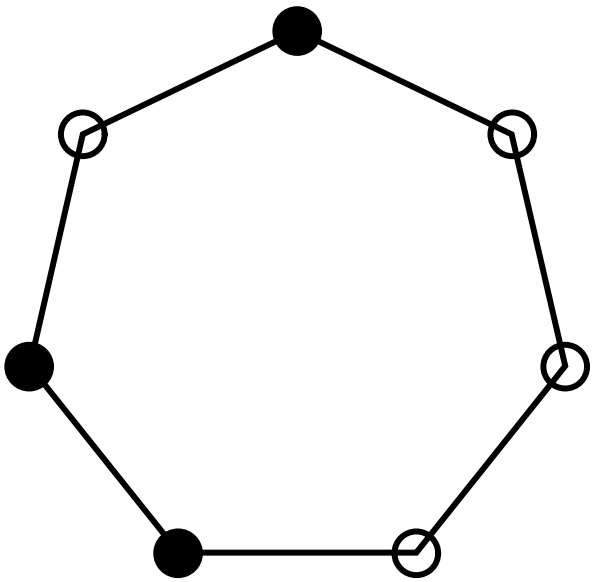


Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Due collane equivalenti solo per una riflessione

Queste due collane vanno una nell'altra mediante una *riflessione* ma non mediante una *rotazione*.

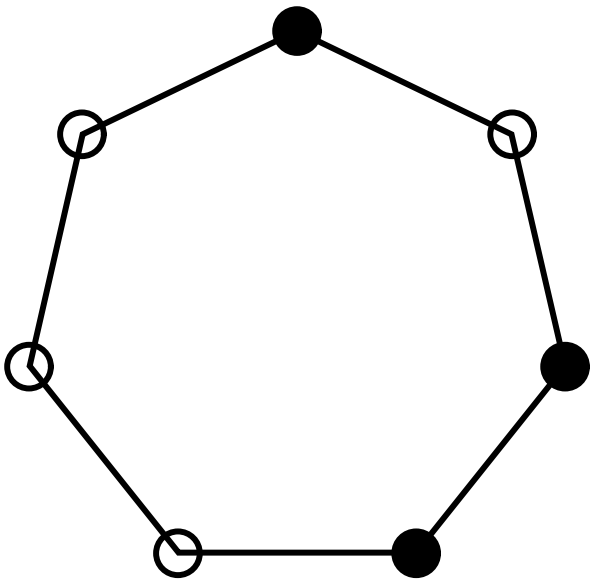


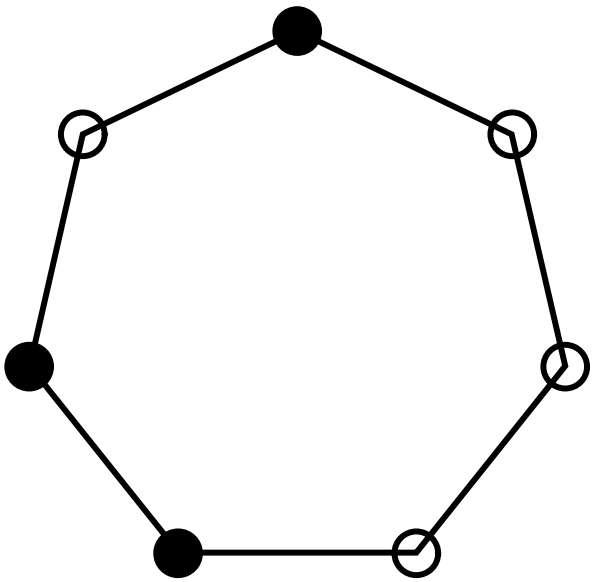


Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Due collane equivalenti solo per una riflessione

Queste due collane vanno una nell'altra mediante una *riflessione* ma non mediante una *rotazione*. Lo stesso vale per le due complementari.





Il piano

1 Le regole
- Le regole del Sudoku
- Simmetrie

2 Contare
- Quante griglie Sudoku
- Permutazioni
- Contare collane
- Una formula per contare
- Gruppi di simmetrie

3 Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
- Simmetrie
- Comporre simmetrie
- Griglie fi ssate

4 Da vedere
- Letture consigliate

Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Simmetrie di una griglia

Possiamo trasformare una griglia Sudoku in un'altra mediante una di queste operazioni.

- Scambiare fra loro le righe in uno dei tre blocchi
  - 1, 2, 3
  - 4, 5, 6
  - 7, 8, 9
- Scambiare fra loro i tre blocchi di righe precedenti.
- Scambiare fra loro righe e colonne, cioè trasporre la griglia. *Dunque* ho anche la possibilità di
- scambiare fra loro le *colonne* in uno dei tre blocchi
  - 1, 2, 3
  - 4, 5, 6
  - 7, 8, 9
- e scambiare fra loro i tre blocchi di *colonne* precedenti.

Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Simmetrie di una griglia

Possiamo trasformare una griglia Sudoku in un'altra mediante una di queste operazioni.

- Scambiare fra loro le righe in uno dei tre blocchi
  - $1, 2, 3$
  - $4, 5, 6$
  - $7, 8, 9$
- Scambiare fra loro i tre blocchi di righe precedenti.
- Scambiare fra loro righe e colonne, cioè trasporre la griglia. *Dunque* ho anche la possibilità di
- scambiare fra loro le *colonne* in uno dei tre blocchi
  - $1, 2, 3$
  - $4, 5, 6$
  - $7, 8, 9$
- e scambiare fra loro i tre blocchi di *colonne* precedenti.

Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Simmetrie di una griglia

Possiamo trasformare una griglia Sudoku in un'altra mediante una di queste operazioni.

- Scambiare fra loro le righe in uno dei tre blocchi
  - $1, 2, 3$
  - $4, 5, 6$
  - $7, 8, 9$
- Scambiare fra loro i tre blocchi di righe precedenti.
- Scambiare fra loro righe e colonne, cioè trasporre la griglia. *Dunque* ho anche la possibilità di
- scambiare fra loro le *colonne* in uno dei tre blocchi
  - $1, 2, 3$
  - $4, 5, 6$
  - $7, 8, 9$
- e scambiare fra loro i tre blocchi di *colonne* precedenti.

Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Simmetrie di una griglia

Possiamo trasformare una griglia Sudoku in un'altra mediante una di queste operazioni.

- Scambiare fra loro le righe in uno dei tre blocchi
  - $1, 2, 3$
  - $4, 5, 6$
  - $7, 8, 9$
- Scambiare fra loro i tre blocchi di righe precedenti.
- Scambiare fra loro righe e colonne, cioè trasporre la griglia. *Dunque* ho anche la possibilità di
- scambiare fra loro le *colonne* in uno dei tre blocchi
  - $1, 2, 3$
  - $4, 5, 6$
  - $7, 8, 9$
- e scambiare fra loro i tre blocchi di *colonne* precedenti.

Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Simmetrie di una griglia

Possiamo trasformare una griglia Sudoku in un'altra mediante una di queste operazioni.

- Scambiare fra loro le righe in uno dei tre blocchi
  - $1, 2, 3$
  - $4, 5, 6$
  - $7, 8, 9$
- Scambiare fra loro i tre blocchi di righe precedenti.
- Scambiare fra loro righe e colonne, cioè trasporre la griglia. *Dunque* ho anche la possibilità di
- scambiare fra loro le *colonne* in uno dei tre blocchi
  - $1, 2, 3$
  - $4, 5, 6$
  - $7, 8, 9$
- e scambiare fra loro i tre blocchi di *colonne* precedenti.

Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Simmetrie di una griglia

Possiamo trasformare una griglia Sudoku in un'altra mediante una di queste operazioni.

- Scambiare fra loro le righe in uno dei tre blocchi
  - $1, 2, 3$
  - $4, 5, 6$
  - $7, 8, 9$
- Scambiare fra loro i tre blocchi di righe precedenti.
- Scambiare fra loro righe e colonne, cioè trasporre la griglia. *Dunque* ho anche la possibilità di
- scambiare fra loro le *colonne* in uno dei tre blocchi
  - $1, 2, 3$
  - $4, 5, 6$
  - $7, 8, 9$
- e scambiare fra loro i tre blocchi di *colonne* precedenti.

Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Simmetrie di una griglia

Possiamo trasformare una griglia Sudoku in un'altra mediante una di queste operazioni.

- Scambiare fra loro le righe in uno dei tre blocchi
  - $1, 2, 3$
  - $4, 5, 6$
  - $7, 8, 9$
- Scambiare fra loro i tre blocchi di righe precedenti.
- Scambiare fra loro righe e colonne, cioè trasporre la griglia. *Dunque* ho anche la possibilità di
- scambiare fra loro le *colonne* in uno dei tre blocchi
  - $1, 2, 3$
  - $4, 5, 6$
  - $7, 8, 9$
- e scambiare fra loro i tre blocchi di *colonne* precedenti.

Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Simmetrie di una griglia

Possiamo trasformare una griglia Sudoku in un'altra mediante una di queste operazioni.

- Scambiare fra loro le righe in uno dei tre blocchi
  - $1, 2, 3$
  - $4, 5, 6$
  - $7, 8, 9$
- Scambiare fra loro i tre blocchi di righe precedenti.
- Scambiare fra loro righe e colonne, cioè trasporre la griglia. *Dunque* ho anche la possibilità di
- scambiare fra loro le *colonne* in uno dei tre blocchi
  - $1, 2, 3$
  - $4, 5, 6$
  - $7, 8, 9$
- e scambiare fra loro i tre blocchi di *colonne* precedenti.

Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Simmetrie di una griglia

Possiamo trasformare una griglia Sudoku in un'altra mediante una di queste operazioni.

- Scambiare fra loro le righe in uno dei tre blocchi
  - $1, 2, 3$
  - $4, 5, 6$
  - $7, 8, 9$
- Scambiare fra loro i tre blocchi di righe precedenti.
- Scambiare fra loro righe e colonne, cioè trasporre la griglia. *Dunque* ho anche la possibilità di
- scambiare fra loro le *colonne* in uno dei tre blocchi
  - $1, 2, 3$
  - $4, 5, 6$
  - $7, 8, 9$
- e scambiare fra loro i tre blocchi di *colonne* precedenti.

Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Simmetrie di una griglia

Possiamo trasformare una griglia Sudoku in un'altra mediante una di queste operazioni.

- Scambiare fra loro le righe in uno dei tre blocchi
  - $1, 2, 3$
  - $4, 5, 6$
  - $7, 8, 9$
- Scambiare fra loro i tre blocchi di righe precedenti.
- Scambiare fra loro righe e colonne, cioè trasporre la griglia. *Dunque* ho anche la possibilità di
- scambiare fra loro le *colonne* in uno dei tre blocchi
  - $1, 2, 3$
  - $4, 5, 6$
  - $7, 8, 9$
- e scambiare fra loro i tre blocchi di *colonne* precedenti.

Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Simmetrie di una griglia

Possiamo trasformare una griglia Sudoku in un'altra mediante una di queste operazioni.

- Scambiare fra loro le righe in uno dei tre blocchi
  - $1, 2, 3$
  - $4, 5, 6$
  - $7, 8, 9$
- Scambiare fra loro i tre blocchi di righe precedenti.
- Scambiare fra loro righe e colonne, cioè trasporre la griglia. *Dunque* ho anche la possibilità di
- scambiare fra loro le *colonne* in uno dei tre blocchi
  - $1, 2, 3$
  - $4, 5, 6$
  - $7, 8, 9$
- e scambiare fra loro i tre blocchi di *colonne* precedenti.

Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Simmetrie di una griglia

Possiamo trasformare una griglia Sudoku in un'altra mediante una di queste operazioni.

- Scambiare fra loro le righe in uno dei tre blocchi
  - $1, 2, 3$
  - $4, 5, 6$
  - $7, 8, 9$
- Scambiare fra loro i tre blocchi di righe precedenti.
- Scambiare fra loro righe e colonne, cioè trasporre la griglia. *Dunque* ho anche la possibilità di
- scambiare fra loro le *colonne* in uno dei tre blocchi
  - $1, 2, 3$
  - $4, 5, 6$
  - $7, 8, 9$
- e scambiare fra loro i tre blocchi di *colonne* precedenti.

Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Simmetrie di una griglia

Possiamo trasformare una griglia Sudoku in un'altra mediante una di queste operazioni.

- Scambiare fra loro le righe in uno dei tre blocchi
  - $1, 2, 3$
  - $4, 5, 6$
  - $7, 8, 9$
- Scambiare fra loro i tre blocchi di righe precedenti.
- Scambiare fra loro righe e colonne, cioè trasporre la griglia. *Dunque* ho anche la possibilità di
- scambiare fra loro le *colonne* in uno dei tre blocchi
  - $1, 2, 3$
  - $4, 5, 6$
  - $7, 8, 9$
- e scambiare fra loro i tre blocchi di *colonne* precedenti.

Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Esempio

Un esempio di scambio di righe.

X	X	X	X	X	X	X	X	X
X	X	X	X	X	X	X	X	X
X	X	X	X	X	X	X	X	X
X	X	X	X	X	X	X	X	X
X	X	X	X	X	X	X	X	X
X	X	X	X	X	X	X	X	X
X	X	X	X	X	X	X	X	X
X	X	X	X	X	X	X	X	X
X	X	X	X	X	X	X	X	X

Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Esempio

Un esempio di scambio di righe.

X	X	X	X	X	X	X	X	X
X	X	X	X	X	X	X	X	X
X	X	X	X	X	X	X	X	X
X	X	X	X	X	X	X	X	X
X	X	X	X	X	X	X	X	X
X	X	X	X	X	X	X	X	X
X	X	X	X	X	X	X	X	X
X	X	X	X	X	X	X	X	X
X	X	X	X	X	X	X	X	X

Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Esempio

Un esempio di scambio di blocchi di righe.

X	X	X	X	X	X	X	X	X
X	X	X	X	X	X	X	X	X
X	X	X	X	X	X	X	X	X
X	X	X	X	X	X	X	X	X
X	X	X	X	X	X	X	X	X
X	X	X	X	X	X	X	X	X
X	X	X	X	X	X	X	X	X
X	X	X	X	X	X	X	X	X
X	X	X	X	X	X	X	X	X

Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Esempio

Un esempio di scambio di blocchi di righe.

X	X	X	X	X	X	X	X	X
X	X	X	X	X	X	X	X	X
X	X	X	X	X	X	X	X	X
X	X	X	X	X	X	X	X	X
X	X	X	X	X	X	X	X	X
X	X	X	X	X	X	X	X	X
X	X	X	X	X	X	X	X	X
X	X	X	X	X	X	X	X	X
X	X	X	X	X	X	X	X	X

Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Il gruppo delle simmetrie del Suodku

- Si può poi prendere il *gruppo* generato da queste trasformazioni.
- Si combinano cioè fra loro queste trasformazioni in tutti i modi possibili.
- E' un gruppo ben noto, che si può esprimere in GAP come

```
WreathProductProductAction(
  WreathProduct(S3,S3),
  S2);
```

- E' questa la ragione per cui sono qui.

Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Il gruppo delle simmetrie del Suodku

- Si può poi prendere il *gruppo* generato da queste trasformazioni.
- Si combinano cioè fra loro queste trasformazioni in tutti i modi possibili.
- E' un gruppo ben noto, che si può esprimere in GAP come

```
WreathProductProductAction(
  WreathProduct(S3,S3),
  S2);
```

- E' questa la ragione per cui sono qui.

Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Il gruppo delle simmetrie del Suodku

- Si può poi prendere il *gruppo* generato da queste trasformazioni.
- Si combinano cioè fra loro queste trasformazioni in tutti i modi possibili.
- E' un gruppo ben noto, che si può esprimere in GAP come

```
WreathProductProductAction(
 WreathProduct(S3,S3),
                S2);
```

ove `S3 := SymmetricGroup(3);` e `S2 := SymmetricGroup(2);`

- E' questa la ragione per cui sono qui.

Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Il gruppo delle simmetrie del Suodku

- Si può poi prendere il *gruppo* generato da queste trasformazioni.
- Si combinano cioè fra loro queste trasformazioni in tutti i modi possibili.
- E' un gruppo ben noto, che si può esprimere in GAP come

```
WreathProductProductAction(
 WreathProduct(S3,S3),
                S2);
```

  ove `S3 := SymmetricGroup(3);` e `S2 := SymmetricGroup(2);`
- E' questa la ragione per cui sono qui.

Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Il gruppo delle simmetrie del Suodku

- Si può poi prendere il *gruppo* generato da queste trasformazioni.
- Si combinano cioè fra loro queste trasformazioni in tutti i modi possibili.
- E' un gruppo ben noto, che si può esprimere in GAP come

```
WreathProductProductAction(
 WreathProduct(S3,S3),
                S2);
```

  ove `S3 := SymmetricGroup(3);` e `S2 := SymmetricGroup(2);`
- E' questa la ragione per cui sono qui.

Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Il gruppo delle simmetrie del Suodku

- Si può poi prendere il *gruppo* generato da queste trasformazioni.
- Si combinano cioè fra loro queste trasformazioni in tutti i modi possibili.
- E' un gruppo ben noto, che si può esprimere in GAP come

```
WreathProductProductAction(
 WreathProduct(S3,S3),
                S2);
```

  ove `S3 := SymmetricGroup(3);` e `S2 := SymmetricGroup(2);`
- E' questa la ragione per cui sono qui.

Il piano

1 Le regole
- Le regole del Sudoku
- Simmetrie

2 Contare
- Quante griglie Sudoku
- Permutazioni
- Contare collane
- Una formula per contare
- Gruppi di simmetrie

3 Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
- Simmetrie
- Comporre simmetrie
- Griglie fi ssate

4 Da vedere
- Letture consigliate

Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Rotazioni

Nel gruppo delle simmetrie del Sudoku ci sono fra l'altro le rotazioni, anche se non ce le abbiamo messe dentro esplicitamente.

Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Rotazioni

Nel gruppo delle simmetrie del Sudoku ci sono fra l'altro le rotazioni, anche se non ce le abbiamo messe dentro esplicitamente. Supponiamo di voler fare una rotazione di π

Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Rotazioni

Nel gruppo delle simmetrie del Sudoku ci sono fra l'altro le rotazioni, anche se non ce le abbiamo messe dentro esplicitamente. Supponiamo di voler fare una rotazione di π di questa griglia, scritta in forma semplifi cata.

1	2	3	4	5	6	7	8	9
X	X	X	X	X	X	X	X	X
X	X	X	X	X	X	X	X	X
X	X	X	X	X	X	X	X	X
X	X	X	X	X	X	X	X	X
X	X	X	X	X	X	X	X	X
X	X	X	X	X	X	X	X	X
X	X	X	X	X	X	X	X	X
X	X	X	X	X	X	X	X	X
X	X	X	X	X	X	X	X	X

Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Rotazioni

Nel gruppo delle simmetrie del Sudoku ci sono fra l'altro le rotazioni, anche se non ce le abbiamo messe dentro esplicitamente. Supponiamo di voler fare una rotazione di π di questa griglia, scritta in forma semplifi cata. Voglio quindi ottenere

X	X	X	X	X	X	X	X	X
X	X	X	X	X	X	X	X	X
X	X	X	X	X	X	X	X	X
X	X	X	X	X	X	X	X	X
X	X	X	X	X	X	X	X	X
X	X	X	X	X	X	X	X	X
X	X	X	X	X	X	X	X	X
X	X	X	X	X	X	X	X	X
X	X	X	X	X	X	X	X	X
9	8	7	6	5	4	3	2	1

Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Come ottenere una rotazione

Eseguiamo le seguenti operazioni.

1	2	3	4	5	6	7	8	9
X	X	X	X	X	X	X	X	X
X	X	X	X	X	X	X	X	X
X	X	X	X	X	X	X	X	X
X	X	X	X	X	X	X	X	X
X	X	X	X	X	X	X	X	X
X	X	X	X	X	X	X	X	X
X	X	X	X	X	X	X	X	X
X	X	X	X	X	X	X	X	X
X	X	X	X	X	X	X	X	X

Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Come ottenere una rotazione

Eseguiamo le seguenti operazioni. Scambio del primo e ultimo gruppo di righe.

1	2	3	4	5	6	7	8	9
X	X	X	X	X	X	X	X	X
X	X	X	X	X	X	X	X	X
X	X	X	X	X	X	X	X	X
X	X	X	X	X	X	X	X	X
X	X	X	X	X	X	X	X	X
X	X	X	X	X	X	X	X	X
X	X	X	X	X	X	X	X	X
X	X	X	X	X	X	X	X	X
X	X	X	X	X	X	X	X	X

Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Come ottenere una rotazione

Eseguiamo le seguenti operazioni. Scambio del primo e ultimo gruppo di righe.

X	X	X	X	X	X	X	X	X
X	X	X	X	X	X	X	X	X
X	X	X	X	X	X	X	X	X
X	X	X	X	X	X	X	X	X
X	X	X	X	X	X	X	X	X
X	X	X	X	X	X	X	X	X
1	2	3	4	5	6	7	8	9
X	X	X	X	X	X	X	X	X
X	X	X	X	X	X	X	X	X

Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Come ottenere una rotazione

Eseguiamo le seguenti operazioni. Scambio di righe in tutti e tre i gruppi.

X	X	X	X	X	X	X	X	X
X	X	X	X	X	X	X	X	X
X	X	X	X	X	X	X	X	X
X	X	X	X	X	X	X	X	X
X	X	X	X	X	X	X	X	X
X	X	X	X	X	X	X	X	X
1	2	3	4	5	6	7	8	9
X	X	X	X	X	X	X	X	X
X	X	X	X	X	X	X	X	X

Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Come ottenere una rotazione

Eseguiamo le seguenti operazioni. Scambio di righe in tutti e tre i gruppi.

X	X	X	X	X	X	X	X	X
X	X	X	X	X	X	X	X	X
X	X	X	X	X	X	X	X	X
X	X	X	X	X	X	X	X	X
X	X	X	X	X	X	X	X	X
X	X	X	X	X	X	X	X	X
X	X	X	X	X	X	X	X	X
X	X	X	X	X	X	X	X	X
X	X	X	X	X	X	X	X	X
1	2	3	4	5	6	7	8	9

Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Come ottenere una rotazione

Eseguiamo le seguenti operazioni. Scambio del primo e ultimo gruppo di colonne.

X	X	X	X	X	X	X	X	X
X	X	X	X	X	X	X	X	X
X	X	X	X	X	X	X	X	X
X	X	X	X	X	X	X	X	X
X	X	X	X	X	X	X	X	X
X	X	X	X	X	X	X	X	X
X	X	X	X	X	X	X	X	X
X	X	X	X	X	X	X	X	X
X	X	X	X	X	X	X	X	X
1	2	3	4	5	6	7	8	9

Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Come ottenere una rotazione

Eseguiamo le seguenti operazioni. Scambio del primo e ultimo gruppo di colonne.

X	X	X	X	X	X	X	X	X
X	X	X	X	X	X	X	X	X
X	X	X	X	X	X	X	X	X
X	X	X	X	X	X	X	X	X
X	X	X	X	X	X	X	X	X
X	X	X	X	X	X	X	X	X
X	X	X	X	X	X	X	X	X
X	X	X	X	X	X	X	X	X
X	X	X	X	X	X	X	X	X
7	8	9	4	5	6	1	2	3

Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Come ottenere una rotazione

Eseguiamo le seguenti operazioni. Scambio di colonne nei tre gruppi.

X	X	X	X	X	X	X	X	X
X	X	X	X	X	X	X	X	X
X	X	X	X	X	X	X	X	X
X	X	X	X	X	X	X	X	X
X	X	X	X	X	X	X	X	X
X	X	X	X	X	X	X	X	X
X	X	X	X	X	X	X	X	X
X	X	X	X	X	X	X	X	X
7	8	9	4	5	6	1	2	3

Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Come ottenere una rotazione

Eseguiamo le seguenti operazioni. Scambio di colonne nei tre gruppi.

X	X	X	X	X	X	X	X	X
X	X	X	X	X	X	X	X	X
X	X	X	X	X	X	X	X	X
X	X	X	X	X	X	X	X	X
X	X	X	X	X	X	X	X	X
X	X	X	X	X	X	X	X	X
X	X	X	X	X	X	X	X	X
X	X	X	X	X	X	X	X	X
9	8	7	6	5	4	3	2	1

Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Come ottenere una rotazione

Fatto!

X	X	X	X	X	X	X	X	X
X	X	X	X	X	X	X	X	X
X	X	X	X	X	X	X	X	X
X	X	X	X	X	X	X	X	X
X	X	X	X	X	X	X	X	X
X	X	X	X	X	X	X	X	X
X	X	X	X	X	X	X	X	X
X	X	X	X	X	X	X	X	X
X	X	X	X	X	X	X	X	X
X	X	X	X	X	X	X	X	X
9	8	7	6	5	4	3	2	1

Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Il piano

1 Le regole
- Le regole del Sudoku
- Simmetrie

2 Contare
- Quante griglie Sudoku
- Permutazioni
- Contare collane
- Una formula per contare
- Gruppi di simmetrie

3 Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
- Simmetrie
- Comporre simmetrie
- Griglie fi ssate

4 Da vedere
- Letture consigliate

Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Contare i punti fi ssi

- A questo punto per applicare la formula, occorre calcolare quante griglie siano fi ssate (a meno di equivalenze) da ognuno degli elementi del gruppo delle simmetrie del Sudoku.
- Per fortuna non cè bisogno di provare tutti gli elementi, che sono 3 359 232.
- Un po' come per le collane, basta contare solo alcuni elementi, uno per ognuna delle 275 *classi di coniugio* del gruppo. Pensate al caso del pentagono, dove ci è bastato guardare *una* rotazione e *una* riflessione.
- Si vede che la maggior parte degli elementi non fi ssa alcuna griglia. *Basta* trovare il numero di griglie fi ssate da certi 27 elementi.

Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Contare i punti fi ssi

- A questo punto per applicare la formula, occorre calcolare quante griglie siano fi ssate (a meno di equivalenze) da ognuno degli elementi del gruppo delle simmetrie del Sudoku.
- Per fortuna non cè bisogno di provare tutti gli elementi, che sono 3 359 232.
- Un po' come per le collane, basta contare solo alcuni elementi, uno per ognuna delle 275 *classi di coniugio* del gruppo. Pensate al caso del pentagono, dove ci è bastato guardare *una* rotazione e *una* riflessione.
- Si vede che la maggior parte degli elementi non fi ssa alcuna griglia. *Basta* trovare il numero di griglie fi ssate da certi 27 elementi.

Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Contare i punti fi ssi

- A questo punto per applicare la formula, occorre calcolare quante griglie siano fi ssate (a meno di equivalenze) da ognuno degli elementi del gruppo delle simmetrie del Sudoku.
- Per fortuna non cè bisogno di provare tutti gli elementi, che sono 3 359 232.
- Un po' come per le collane, basta contare solo alcuni elementi, uno per ognuna delle 275 *classi di coniugio* del gruppo. Pensate al caso del pentagono, dove ci è bastato guardare *una* rotazione e *una* riflessione
- Si vede che la maggior parte degli elementi non fi ssa alcuna griglia. *Basta* trovare il numero di griglie fi ssate da certi 27 elementi.

Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Contare i punti fi ssi

- A questo punto per applicare la formula, occorre calcolare quante griglie siano fi ssate (a meno di equivalenze) da ognuno degli elementi del gruppo delle simmetrie del Sudoku.
- Per fortuna non cè bisogno di provare tutti gli elementi, che sono 3 359 232.
- Un po' come per le collane, basta contare solo alcuni elementi, uno per ognuna delle 275 *classi di coniugio* del gruppo. Pensate al caso del pentagono, dove ci è bastato guardare *una* rotazione e *una* riflessione
- Si vede che la maggior parte degli elementi non fi ssa alcuna griglia. *Basta* trovare il numero di griglie fi ssate da certi 27 elementi.

Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Contare i punti fi ssi

- A questo punto per applicare la formula, occorre calcolare quante griglie siano fi ssate (a meno di equivalenze) da ognuno degli elementi del gruppo delle simmetrie del Sudoku.
- Per fortuna non cè bisogno di provare tutti gli elementi, che sono 3 359 232.
- Un po' come per le collane, basta contare solo alcuni elementi, uno per ognuna delle 275 *classi di coniugio* del gruppo. Pensate al caso del pentagono, dove ci è bastato guardare *una* rotazione e *una* riflessione
- Si vede che la maggior parte degli elementi non fi ssa alcuna griglia. *Basta* trovare il numero di griglie fi ssate da certi 27 elementi.

Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Contare i punti fi ssi

- A questo punto per applicare la formula, occorre calcolare quante griglie siano fi ssate (a meno di equivalenze) da ognuno degli elementi del gruppo delle simmetrie del Sudoku.
- Per fortuna non cè bisogno di provare tutti gli elementi, che sono 3 359 232.
- Un po' come per le collane, basta contare solo alcuni elementi, uno per ognuna delle 275 *classi di coniugio* del gruppo. Pensate al caso del pentagono, dove ci è bastato guardare *una* rotazione e *una* riflessione
- Si vede che la maggior parte degli elementi non fi ssa alcuna griglia. *Basta* trovare il numero di griglie fi ssate da certi 27 elementi.

Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Una riflessione

Consideriamo una griglia Sudoku

Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

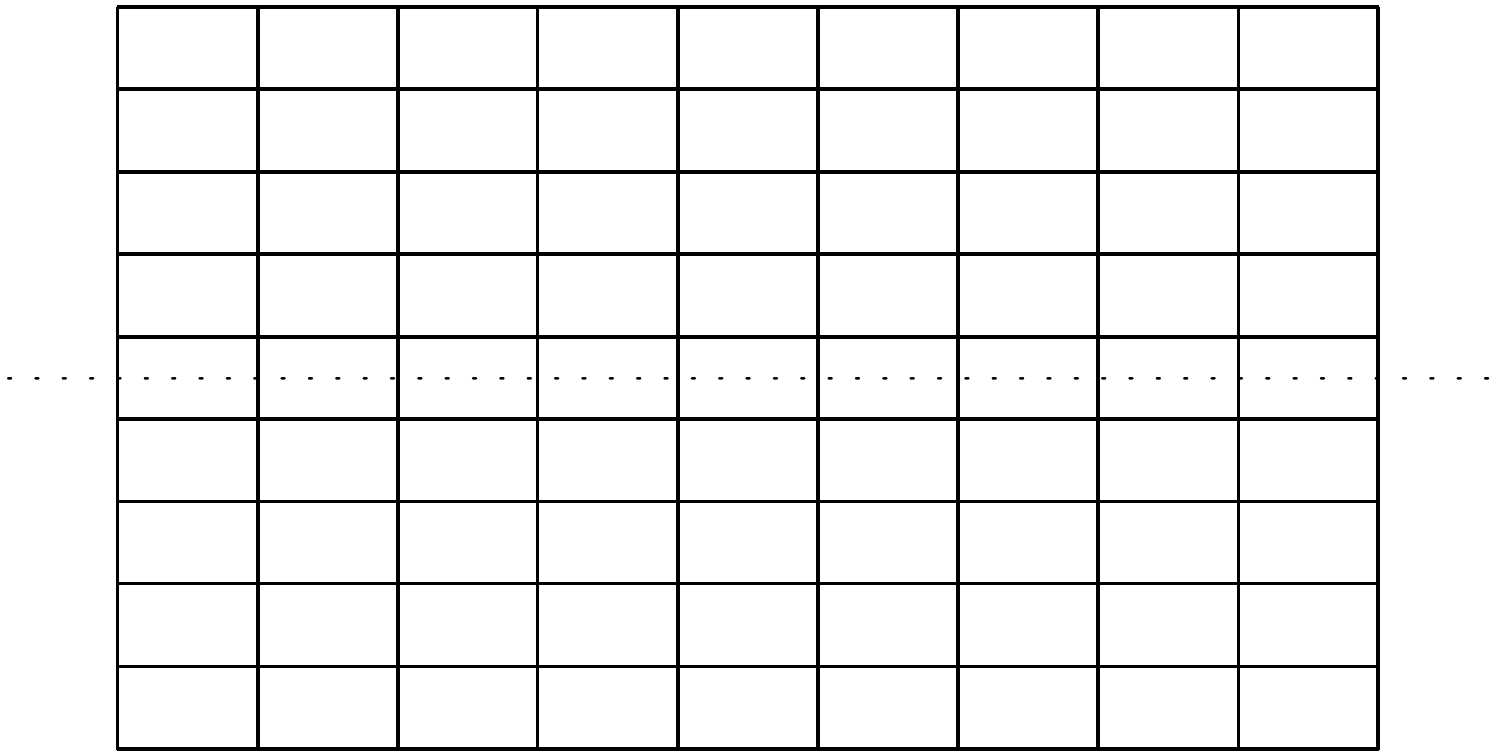
Una riflessione

Consideriamo una griglia Sudoku

Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Una riflessione

Consideriamo una griglia Sudoku che sia *equivalente* a quella ottenuta mediante una riflessione rispetto a un asse orizzontale.



Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Nessun punto fi sso

Possiamo supporre che la riga centrale sia. . .

Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Nessun punto fi sso

Possiamo supporre che la riga centrale sia. . .

1	2	3	4	5	6	7	8	9

Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Nessun punto fi sso

Possiamo supporre che la riga centrale sia. . . Ma allora se qui c'è un numero qualsiasi

x								
1	2	3	4	5	6	7	8	9

Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Nessun punto fi sso

Possiamo supporre che la riga centrale sia. . . Ma allora se qui c'è un numero qualsiasi deve poi esserci anche qui

x								
1	2	3	4	5	6	7	8	9
x								

Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Nessun punto fi sso

Possiamo supporre che la riga centrale sia. . . Ma allora se qui c'è un numero qualsiasi deve poi esserci anche qui, contro le regole!

x								
1	2	3	4	5	6	7	8	9
x								

Un estratto dalla tavola delle classi

Legenda. Un numero di identifi cazione convenzionale. Numero di elementi nella classe. Un elemento rappresentativo. Numero di griglie fi ssate, a meno delle 9! rinumerazioni.

```
1     1    ()                                                          18383222420692992
7    96    (1 2 3)(4 5 6)(7 8 9)(10 11 12)(13 14 15)(16 17                     21233664
           18)(19 20 21)(22 23 24)(25 26 27)(28 29 30)(31 32
           33)(34 35 36)(37 38 39)(40 41 42)(43 44 45)(46 47
           48)(49 50 51)(52 53 54)(55 74 66)(56 75 64)(57 73
           65)(58 77 69)(59 78 67)(60 76 68)(61 80 72)(62 81
           70)(63 79 71)
8    16    (1 2 3)(4 5 6)(7 9 8)(10 11 12)(13 14 15)(16 18                    107495424
           17)(19 20 21)(22 23 24)(25 27 26)(28 29 30)(31 32
           33)(34 36 35)(37 38 39)(40 41 42)(43 45 44)(46 47
           48)(49 50 51)(52 54 53)(55 56 57)(58 59 60)(61 63
           62)(64 65 66)(67 68 69)(70 72 71)(73 74 75)(76 77
           78)(79 81 80)
```

Un estratto dalla tavola delle classi

Legenda. Un numero di identifi cazione convenzionale. Numero di elementi nella classe. Un elemento rappresentativo. Numero di griglie fi ssate, a meno delle 9! rinumerazioni.

1	1	()	18383222420692992
7	96	(1 2 3)(4 5 6)(7 8 9)(10 11 12)(13 14 15)(16 17 18)(19 20 21)(22 23 24)(25 26 27)(28 29 30)(31 32 33)(34 35 36)(37 38 39)(40 41 42)(43 44 45)(46 47 48)(49 50 51)(52 53 54)(55 74 66)(56 75 64)(57 73 65)(58 77 69)(59 78 67)(60 76 68)(61 80 72)(62 81 70)(63 79 71)	21233664
8	16	(1 2 3)(4 5 6)(7 9 8)(10 11 12)(13 14 15)(16 18 17)(19 20 21)(22 23 24)(25 27 26)(28 29 30)(31 32 33)(34 36 35)(37 38 39)(40 41 42)(43 45 44)(46 47 48)(49 50 51)(52 54 53)(55 56 57)(58 59 60)(61 63 62)(64 65 66)(67 68 69)(70 72 71)(73 74 75)(76 77 78)(79 81 80)	107495424

Un estratto dalla tavola delle classi

Legenda. Un numero di identifi cazione convenzionale. Numero di elementi nella classe. Un elemento rappresentativo. Numero di griglie fi ssate, a meno delle 9! rinumerazioni.

1	1	()	18383222420692992
7	96	(1 2 3)(4 5 6)(7 8 9)(10 11 12)(13 14 15)(16 17 18)(19 20 21)(22 23 24)(25 26 27)(28 29 30)(31 32 33)(34 35 36)(37 38 39)(40 41 42)(43 44 45)(46 47 48)(49 50 51)(52 53 54)(55 74 66)(56 75 64)(57 73 65)(58 77 69)(59 78 67)(60 76 68)(61 80 72)(62 81 70)(63 79 71)	21233664
8	16	(1 2 3)(4 5 6)(7 9 8)(10 11 12)(13 14 15)(16 18 17)(19 20 21)(22 23 24)(25 27 26)(28 29 30)(31 32 33)(34 36 35)(37 38 39)(40 41 42)(43 45 44)(46 47 48)(49 50 51)(52 54 53)(55 56 57)(58 59 60)(61 63 62)(64 65 66)(67 68 69)(70 72 71)(73 74 75)(76 77 78)(79 81 80)	107495424

Un estratto dalla tavola delle classi

Legenda. Un numero di identifi cazione convenzionale. Numero di elementi nella classe. Un elemento rappresentativo. Numero di griglie fi ssate, a meno delle 9! rinumerazioni.

1	1	()	18383222420692992
7	96	(1 2 3)(4 5 6)(7 8 9)(10 11 12)(13 14 15)(16 17 18)(19 20 21)(22 23 24)(25 26 27)(28 29 30)(31 32 33)(34 35 36)(37 38 39)(40 41 42)(43 44 45)(46 47 48)(49 50 51)(52 53 54)(55 74 66)(56 75 64)(57 73 65)(58 77 69)(59 78 67)(60 76 68)(61 80 72)(62 81 70)(63 79 71)	21233664
8	16	(1 2 3)(4 5 6)(7 9 8)(10 11 12)(13 14 15)(16 18 17)(19 20 21)(22 23 24)(25 27 26)(28 29 30)(31 32 33)(34 36 35)(37 38 39)(40 41 42)(43 45 44)(46 47 48)(49 50 51)(52 54 53)(55 56 57)(58 59 60)(61 63 62)(64 65 66)(67 68 69)(70 72 71)(73 74 75)(76 77 78)(79 81 80)	107495424

Un estratto dalla tavola delle classi

Legenda. Un numero di identifi cazione convenzionale. Numero di elementi nella classe. Un elemento rappresentativo. Numero di griglie fi ssate, a meno delle 9! rinumerazioni.

1	1	()	18383222420692992
7	96	(1 2 3)(4 5 6)(7 8 9)(10 11 12)(13 14 15)(16 17 18)(19 20 21)(22 23 24)(25 26 27)(28 29 30)(31 32 33)(34 35 36)(37 38 39)(40 41 42)(43 44 45)(46 47 48)(49 50 51)(52 53 54)(55 74 66)(56 75 64)(57 73 65)(58 77 69)(59 78 67)(60 76 68)(61 80 72)(62 81 70)(63 79 71)	21233664
8	16	(1 2 3)(4 5 6)(7 9 8)(10 11 12)(13 14 15)(16 18 17)(19 20 21)(22 23 24)(25 27 26)(28 29 30)(31 32 33)(34 36 35)(37 38 39)(40 41 42)(43 45 44)(46 47 48)(49 50 51)(52 54 53)(55 56 57)(58 59 60)(61 63 62)(64 65 66)(67 68 69)(70 72 71)(73 74 75)(76 77 78)(79 81 80)	107495424

Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Numerazione delle caselle

- La numerazione delle caselle è scelta nel modo seguente.
- Si tratta di un modo *naturale*.
- E' la stessa numerazione prodotta dal comando GAP già citato.

1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16	17	18
19	20	21	22	23	24	25	26	27
28	29	30	31	32	33	34	35	36
37	38	39	40	41	42	43	44	45
46	47	48	49	50	51	52	53	54
55	56	57	58	59	60	61	62	63
64	65	66	67	68	69	70	71	72
73	74	75	76	77	78	79	80	81

Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Numerazione delle caselle

- La numerazione delle caselle è scelta nel modo seguente.
- Si tratta di un modo *naturale*.
- E' la stessa numerazione prodotta dal comando GAP già citato.

1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16	17	18
19	20	21	22	23	24	25	26	27
28	29	30	31	32	33	34	35	36
37	38	39	40	41	42	43	44	45
46	47	48	49	50	51	52	53	54
55	56	57	58	59	60	61	62	63
64	65	66	67	68	69	70	71	72
73	74	75	76	77	78	79	80	81

Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Numerazione delle caselle

- La numerazione delle caselle è scelta nel modo seguente.
- Si tratta di un modo *naturale*.
- E' la stessa numerazione prodotta dal comando GAP già citato.

1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16	17	18
19	20	21	22	23	24	25	26	27
28	29	30	31	32	33	34	35	36
37	38	39	40	41	42	43	44	45
46	47	48	49	50	51	52	53	54
55	56	57	58	59	60	61	62	63
64	65	66	67	68	69	70	71	72
73	74	75	76	77	78	79	80	81

Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Una griglia fi ssata da. . .

Prendiamo questa griglia, selezioniamo la prima colonna di ogni gruppo di tre, e portiamo la prima colonna al terzo posto con una *rotazione*.

1	2	3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	1	2	3
7	8	9	1	2	3	4	5	6
2	3	1	5	6	4	8	9	7
5	6	4	8	9	7	2	3	1
8	9	7	2	3	1	5	6	4
3	1	2	6	4	5	9	7	8
6	4	5	9	7	8	3	1	2
9	7	8	3	1	2	6	4	5

Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Una griglia fi ssata da. . .

Prendiamo questa griglia, selezioniamo la prima colonna di ogni gruppo di tre, e portiamo la prima colonna al terzo posto con una *rotazione*.

1	2	3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	1	2	3
7	8	9	1	2	3	4	5	6
2	3	1	5	6	4	8	9	7
5	6	4	8	9	7	2	3	1
8	9	7	2	3	1	5	6	4
3	1	2	6	4	5	9	7	8
6	4	5	9	7	8	3	1	2
9	7	8	3	1	2	6	4	5

Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Una griglia fi ssata da. . .

Prendiamo questa griglia, selezioniamo la prima colonna di ogni gruppo di tre, e portiamo la prima colonna al terzo posto con una *rotazione*.

1	2	3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	1	2	3
7	8	9	1	2	3	4	5	6
2	3	1	5	6	4	8	9	7
5	6	4	8	9	7	2	3	1
8	9	7	2	3	1	5	6	4
3	1	2	6	4	5	9	7	8
6	4	5	9	7	8	3	1	2
9	7	8	3	1	2	6	4	5

Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Una griglia fi ssata da. . .

L'effetto è il seguente. . .

1	2	3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	1	2	3
7	8	9	1	2	3	4	5	6
2	3	1	5	6	4	8	9	7
5	6	4	8	9	7	2	3	1
8	9	7	2	3	1	5	6	4
3	1	2	6	4	5	9	7	8
6	4	5	9	7	8	3	1	2
9	7	8	3	1	2	6	4	5

Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Una griglia fi ssata da. . .

L'effetto è il seguente. . .

2	3	1	5	6	4	8	9	7
5	6	4	8	9	7	2	3	1
8	9	7	2	3	1	5	6	4
3	1	2	6	4	5	9	7	8
6	4	5	9	7	8	3	1	2
9	7	8	3	1	2	6	4	5
1	2	3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	1	2	3
7	8	9	1	2	3	4	5	6

Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Una griglia fi ssata da. . .

E' lo stesso che si otterrebbe con la sostituzione

$$1 \to 2 \to 3 \to 1 \qquad 4 \to 5 \to 6 \to 4 \qquad 7 \to 8 \to 9 \to 7$$

Dunque la griglia è *equivalente* alla sua trasformata.

1	2	3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	1	2	3
7	8	9	1	2	3	4	5	6
2	3	1	5	6	4	8	9	7
5	6	4	8	9	7	2	3	1
8	9	7	2	3	1	5	6	4
3	1	2	6	4	5	9	7	8
6	4	5	9	7	8	3	1	2
9	7	8	3	1	2	6	4	5

Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Una griglia fi ssata da. . .

E' lo stesso che si otterrebbe con la sostituzione

$$1 \to 2 \to 3 \to 1 \qquad 4 \to 5 \to 6 \to 4 \qquad 7 \to 8 \to 9 \to 7$$

Dunque la griglia è *equivalente* alla sua trasformata.

2	3	1	5	6	4	8	9	7
5	6	4	8	9	7	2	3	1
8	9	7	2	3	1	5	6	4
3	1	2	6	4	5	9	7	8
6	4	5	9	7	8	3	1	2
9	7	8	3	1	2	6	4	5
1	2	3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	1	2	3
7	8	9	1	2	3	4	5	6

Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Una griglia fi ssata da. . .

O anche la stessa cosa che si otterrebbe portando il primo blocco di righe in fondo, ovvero *ruotando* i tre blocchi di righe.
Dunque c'è una trasformazione non banale che fi ssa la griglia *letteralmente*.

1	2	3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	1	2	3
7	8	9	1	2	3	4	5	6
2	3	1	5	6	4	8	9	7
5	6	4	8	9	7	2	3	1
8	9	7	2	3	1	5	6	4
3	1	2	6	4	5	9	7	8
6	4	5	9	7	8	3	1	2
9	7	8	3	1	2	6	4	5

Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Una griglia fi ssata da. . .

O anche la stessa cosa che si otterrebbe portando il primo blocco di righe in fondo, ovvero *ruotando* i tre blocchi di righe.
Dunque c'è una trasformazione non banale che fi ssa la griglia *letteralmente*.

2	3	1	5	6	4	8	9	7
5	6	4	8	9	7	2	3	1
8	9	7	2	3	1	5	6	4
3	1	2	6	4	5	9	7	8
6	4	5	9	7	8	3	1	2
9	7	8	3	1	2	6	4	5
1	2	3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	1	2	3
7	8	9	1	2	3	4	5	6

Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Un'altra griglia fi ssata

Questo esempio è preso dal lavoro di Russell e Jarvis. Notate la numerazione del blocco centrale. Ruotiamola di $\pi/2$ *all'indietro*. Ha lo stesso effetto della sostituzione

$$\begin{array}{ccccccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ 3 & 6 & 9 & 2 & 5 & 8 & 1 & 4 & 7 \end{array}$$

1	2	4	5	6	7	8	9	3
3	7	8	2	9	4	5	1	6
6	5	9	8	3	1	7	4	2
9	8	7	1	2	3	4	6	5
2	3	1	4	5	6	9	7	8
5	4	6	7	8	9	3	2	1
8	6	3	9	7	2	1	5	4
4	9	5	6	1	8	2	3	7
7	1	2	3	4	5	6	8	9

Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Un'altra griglia fi ssata

Questo esempio è preso dal lavoro di Russell e Jarvis. Notate la numerazione del blocco centrale. Ruotiamola di $\pi/2$ *all'indietro*. Ha lo stesso effetto della sostituzione

$$\begin{array}{ccccccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ 3 & 6 & 9 & 2 & 5 & 8 & 1 & 4 & 7 \end{array}$$

1	2	4	5	6	7	8	9	3
3	7	8	2	9	4	5	1	6
6	5	9	8	3	1	7	4	2
9	8	7	1	2	3	4	6	5
2	3	1	4	5	6	9	7	8
5	4	6	7	8	9	3	2	1
8	6	3	9	7	2	1	5	4
4	9	5	6	1	8	2	3	7
7	1	2	3	4	5	6	8	9

Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Un'altra griglia fi ssata

Questo esempio è preso dal lavoro di Russell e Jarvis. Notate la numerazione del blocco centrale. Ruotiamola di $\pi/2$ *all'indietro*. Ha lo stesso effetto della sostituzione

$$\begin{array}{ccccccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ 3 & 6 & 9 & 2 & 5 & 8 & 1 & 4 & 7 \end{array}$$

3	6	2	5	8	1	4	7	9
9	1	4	6	7	2	5	3	8
8	5	7	4	9	3	1	2	6
7	4	1	3	6	9	2	8	5
6	9	3	2	5	8	7	1	4
5	2	8	1	4	7	9	6	3
4	8	9	7	1	6	3	5	2
2	7	5	8	3	4	6	9	1
1	3	6	9	2	5	8	4	7

Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Un'altra griglia fi ssata

Questo esempio è preso dal lavoro di Russell e Jarvis. Notate la numerazione del blocco centrale. Ruotiamola di $\pi/2$ *all'indietro*. Ha lo stesso effetto della sostituzione

$$\begin{array}{ccccccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ 3 & 6 & 9 & 2 & 5 & 8 & 1 & 4 & 7 \end{array}$$

3	6	2	5	8	1	4	7	9
9	1	4	6	7	2	5	3	8
8	5	7	4	9	3	1	2	6
7	4	1	3	6	9	2	8	5
6	9	3	2	5	8	7	1	4
5	2	8	1	4	7	9	6	3
4	8	9	7	1	6	3	5	2
2	7	5	8	3	4	6	9	1
1	3	6	9	2	5	8	4	7

Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Un'altra griglia fi ssata

Questo esempio è preso dal lavoro di Russell e Jarvis. Notate la numerazione del blocco centrale. Ruotiamola di $\pi/2$ *all'indietro*. Ha lo stesso effetto della sostituzione

$$\begin{array}{ccccccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ 3 & 6 & 9 & 2 & 5 & 8 & 1 & 4 & 7 \end{array}$$

3	6	2	5	8	1	4	7	9
9	1	4	6	7	2	5	3	8
8	5	7	4	9	3	1	2	6
7	4	1	3	6	9	2	8	5
6	9	3	2	5	8	7	1	4
5	2	8	1	4	7	9	6	3
4	8	9	7	1	6	3	5	2
2	7	5	8	3	4	6	9	1
1	3	6	9	2	5	8	4	7

Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Un'altra griglia fi ssata

Questo esempio è preso dal lavoro di Russell e Jarvis. Notate la numerazione del blocco centrale. Ruotiamola di $\pi/2$ *all'indietro*. Ha lo stesso effetto della sostituzione

$$\begin{array}{ccccccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ 3 & 6 & 9 & 2 & 5 & 8 & 1 & 4 & 7 \end{array}$$

1	2	4	5	6	7	8	9	3
3	7	8	2	9	4	5	1	6
6	5	9	8	3	1	7	4	2
9	8	7	1	2	3	4	6	5
2	3	1	4	5	6	9	7	8
5	4	6	7	8	9	3	2	1
8	6	3	9	7	2	1	5	4
4	9	5	6	1	8	2	3	7
7	1	2	3	4	5	6	8	9

Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Un'altra griglia fi ssata

Questo esempio è preso dal lavoro di Russell e Jarvis. Notate la numerazione del blocco centrale. Ruotiamola di $\pi/2$ *all'indietro*. Ha lo stesso effetto della sostituzione

$$\begin{array}{ccccccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ 3 & 6 & 9 & 2 & 5 & 8 & 1 & 4 & 7 \end{array}$$

3	6	2	5	8	1	4	7	9
9	1	4	6	7	2	5	3	8
8	5	7	4	9	3	1	2	6
7	4	1	3	6	9	2	8	5
6	9	3	2	5	8	7	1	4
5	2	8	1	4	7	9	6	3
4	8	9	7	1	6	3	5	2
2	7	5	8	3	4	6	9	1
1	3	6	9	2	5	8	4	7

Il piano

1 Le regole
- Le regole del Sudoku
- Simmetrie

2 Contare
- Quante griglie Sudoku
- Permutazioni
- Contare collane
- Una formula per contare
- Gruppi di simmetrie

3 Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
- Simmetrie
- Comporre simmetrie
- Griglie fi ssate

4 Da vedere
- Letture consigliate

Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Bibliografi a, e altre letture

- La Wikipedia ha un ottimo articolo

  en.wikipedia.org/wiki/Sudoku

Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Bibliografi a, e altre letture

- La Wikipedia ha un ottimo articolo

  en.wikipedia.org/wiki/Sudoku
- Frazer Jarvis (Sheffi eld) ha una pagina Web

  www.afjarvis.staff.shef.ac.uk/sudoku

  da cui ho preso molto di questo materiale.

Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Bibliografi a, e altre letture

- La Wikipedia ha un ottimo articolo

  en.wikipedia.org/wiki/Sudoku
- Frazer Jarvis (Sheffi eld) ha una pagina Web

  www.afjarvis.staff.shef.ac.uk/sudoku

  da cui ho preso molto di questo materiale.

Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Bibliografi a, e altre letture

- GAP si trova presso

  www-gap.mcs.st-and.ac.uk

Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Bibliografi a, e altre letture

- GAP si trova presso

  www-gap.mcs.st-and.ac.uk

- Da visitare anche la mostra *La matematica scoperta — Immaginare, visualizzare, animare, capire* (sottoporticato di Palazzo Ducale).

Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Bibliografi a, e altre letture

- GAP si trova presso

  www-gap.mcs.st-and.ac.uk

- Da visitare anche la mostra *La matematica scoperta — Immaginare, visualizzare, animare, capire* (sottoporticato di Palazzo Ducale). In essa si mostra fra l'altro come ricostruire i pavimenti delle tabernae dei Mercati Traianei mediante i gruppi di simmetrie.

Le regole
Le regole del Sudoku
Simmetrie
Contare
Quante griglie Sudoku
Permutazioni
Contare collane
Una formula per contare
Gruppi di simmetrie
Il gruppo delle simmetrie del Sudoku
Simmetrie
Comporre simmetrie
Griglie fissate
Da vedere
Letture consigliate

Bibliografi a, e altre letture

- GAP si trova presso

  www-gap.mcs.st-and.ac.uk

- Da visitare anche la mostra *La matematica scoperta — Immaginare, visualizzare, animare, capire* (sottoporticato di Palazzo Ducale). In essa si mostra fra l'altro come ricostruire i pavimenti delle tabernae dei Mercati Traianei mediante i gruppi di simmetrie.
- Ho tratto le immagini di matematici dall'eccellente MacTutor

  www-history.mcs.st-andrews.ac.uk

  di Ed Robertson e John O'Connor.