

Geometria B

Foglio di Esercizi n.5

3 Maggio 2017

Esercizio 1. Sia $f(z)$ la funzione

$$f(z) := \frac{\cos(\pi z/2)}{(z-1)^2(z^2+4)} dz;$$

calcola l'integrale della funzione lungo i seguenti cammini:

- i. $\gamma_1(t) := 1 + \exp(2\pi it)$ per $t \in [0, 1]$;
- i. $\gamma_2(t) := (1/2 + i) + 2 \exp(-it)$ per $t \in [0, 2\pi]$;
- i. $\gamma_3(t) := 3 \exp(2it)$ per $t \in [0, 2\pi]$.

Esercizio 2. Calcola i seguenti integrali

- i. $\int_{|z|=3} \frac{z}{z^2-1} dz;$
- ii. $\int_{|z|=2} \frac{e^{-z}}{(z-1)^2} dz;$
- iii. $\int_{|z|=3} \frac{5z-2}{z(z^2-6z+5)} dz;$
- iv. $\int_{|z|=3\pi/2} \frac{\sin(z)}{z^2(z+2)} dz;$
- v. $\int_{|z|=3} \frac{z}{z^2-1} dz;$
- vi. $\int_{|z|=3} \frac{\sin(z+1)}{z^3(z+1)} dz;$

Esercizio 3. Calcola l'integrale

$$\int_{|z|=2} \frac{e^z}{z^k} dz$$

al variare di $k \in \mathbb{Z}$.

Esercizio 4. Calcola l'integrale

$$\int_{\partial Q} \frac{\cos(z)}{(z-\pi)^k} dz$$

al variare di $k \in \mathbb{Z}$, dove $Q := \{z \in \mathbb{C} : |\operatorname{Re}(z)| \leq 4, |\operatorname{Im}(z)| \leq 4\}$.

Esercizio 5. Calcola l'integrale

$$\int_{|z|=2} \frac{nz^{n-1}}{z^n-1} dz$$

al variare di $n \in \mathbb{N}$.