

Geometria B

Foglio di Esercizi n.4

12 Aprile 2017

Esercizio 1. Calcola l'integrale

$$\int_{\gamma} e^{4z} dz,$$

dove γ indica il segmento di punto iniziale 2 e punto finale $3i$.

Esercizio 2. Calcola l'integrale della funzione $f(z) = \bar{z} + i\operatorname{Re}(z)^2$ lungo i due cammini γ e η definiti nel modo seguente:

- γ è il segmento di punto iniziale 0 e punto finale $1 + i$;
- $\eta := \eta_1 * \eta_2$ dove η_1 è il segmento di punto iniziale 0 e punto finale i , mentre η_2 è il segmento di punto iniziale i e punto finale $1 + i$.

Gli integrali lungo γ e lungo η sono uguali? Cosa dice questo della funzione f ?

Esercizio 3. Calcola l'integrale

$$\int_{\gamma} \frac{dz}{z-2},$$

dove $\gamma(t) := 2 + 2e^{it}$ per $t \in [0, 2\pi]$.

Esercizio 4. Calcola l'integrale

$$\int_{\gamma} |z|^2 dz,$$

dove $\gamma(t) := 1 + e^{-it}$ per $t \in [0, 2\pi]$.

Esercizio 5. Calcola l'integrale della funzione $f(z) = |z|^2$ lungo i due cammini γ e η definiti nel modo seguente:

- $\gamma := \gamma_1 * \gamma_2$ dove γ_1 è il segmento di punto iniziale 0 e punto finale i , mentre γ_2 è il segmento di punto iniziale i e punto finale $1 + i$.
- $\eta := \eta_1 * \eta_2$ dove η_1 è il segmento di punto iniziale 0 e punto finale 1, mentre η_2 è il segmento di punto iniziale 1 e punto finale $1 + i$.

Esercizio 6. Calcola l'integrale

$$\int_{\gamma} \operatorname{Im}(z)^2 + 3|z|^2 - z^2 dz,$$

dove γ è il perimetro del quadrato di vertici 1, i , -1 , $-i$ percorso in senso antiorario.

Esercizio 7. Calcola l'integrale

$$\int_{\gamma} z^2 \sinh(z) dz,$$

dove γ indica il segmento di punto iniziale 0 e punto finale $1 + 2\pi i$.

Esercizio 8. Calcola l'integrale

$$\int_{\gamma} \operatorname{Im}(z) + 3z\bar{z}dz,$$

dove $\gamma := \gamma_1 * \gamma_2 * \gamma_3$ è definito nel seguente modo:

- γ_1 è il segmento di punto iniziale 0 e punto finale 1;
- γ_2 è l'arco di circonferenza di punto iniziale 1 e punto finale $(-1 + i\sqrt{3})/2$;
- γ_3 è il segmento di punto iniziale $(-1 + i\sqrt{3})/2$ e punto finale 0.