

IL NUOVO SITO DI FOCUS È ONLINE. SCOPRILO!

Come funziona l'autovelox

SCOPRIRE E CAPIRE IL MONDO

Focus



262

AGOSTO 2014
€ 3,90 IN ITALIA

Digitale

**COS'È IL
LIFELOGGING**

DOSSIER

$$f(x) = \frac{1}{3}(x^3 + y^3) = 6xy \quad \left[-\frac{27}{10}, \frac{157}{10}\right]$$

Tutto è
matematica

Scienza & Storia

**LA MATEMATICA
DEGLI ANTICHI
EGIZI**

Tecnologia

**I TRENI
DEL FUTURO**

STORIA

**A ciascuno
il suo Senato**

Natura

**BELLEZZE
URTICANTI**

Moneta: Austria, Belgio, Francia,
Lussemburgo, Portogallo (cont.) Spagna
C 7,00 / Canada CA\$ 12,00 / Germania
€ 8,00 / UK GBP 6,00 / Svizzera CHF 9,00
- C.T. CHF 9,00 / USA \$ 12,00
Posto Italiano / Sped. in A.P. D.L. 350-03
art. 1, comma 1 / Versione CMP



I PRIMI MATEMAT

Come
approcciavano e
risolvevano i
problemi i
matematici del più
antico popolo
della storia?



ICI DELLA STORIA





Tra le prime civiltà della storia ad usare i numeri ed i calcoli matematici, per facilitare commercio, agricoltura e costruzione di edifici, ci furono sicuramente gli antichi egizi. Le stesse piramidi appaiono così maestose nella loro geometricità e grandezza che è facile per chiunque dedurre che chi le ha fatte costruire doveva avere delle conoscenze matematiche non indifferenti.

L'utilizzo della matematica si rese indispensabile fin dagli albori della civiltà, quando ancora gli egizi erano un popolo nomade che si stabilì lungo le sponde del fiume Nilo intorno al 3000 a.C. avendo trovato le condizioni ideali per coltivare. Ben presto ebbero bisogno di tener conto il succedersi delle stagioni, marcare i confini dei propri terreni, quantificare il raccolto, seminare le giuste quantità di grano e risolvere altre questioni pratiche che si presentarono. In sostanza dovevano contare e misurare. Per misurare utilizzavano il corpo, svilupparono un sistema di misurazione che aveva come unità di misura base la larghezza di

una mano (palmo) e la lunghezza dal gomito fino alla punta delle dita (cubito); l'unità di misura con cui si calcolava l'area dei terreni era un rettangolo largo un cubito e lungo cento cubiti. Il primo sviluppo della matematica fra gli antichi egizi fu dunque strettamente legato alla burocrazia (possiamo rilevare questo stretto rapporto lungo tutta la storia della civiltà), infatti conoscere l'area di un terreno coltivato serviva a stabilire la quantità di tasse che il contadino doveva versare nelle casse del faraone oppure a risarcire eventuali danni provocati da una inondazione del Nilo. Gli agrimensori del faraone dovevano spesso misurare superfici dalle forme irregolari di terreno, dovendo dunque ricorrere a delle prime "astuzie geometriche", quali per esempio dividere il terreno da misurare in figure di cui era più semplice calcolarne l'area. Questo fece degli egizi i primi matematici della storia. Per contare utilizzavano il sistema decimale, indicavano l'uno con un tratto verticale, il 10 con un pezzo di corda, il 100 con

una corda disposta a spirale, il 1000 con un fiore di loto e così via fino a quantità più grandi. Era però un sistema non posizionale, cosicché per rappresentare dei numeri grandi risultava scomodo poiché serviva una grande quantità di simboli (ad esempio per il 6897 servivano 7 linee verticali, 9 pezzi di corda, 8 corde a spirale e 6 fiori di loto per un totale di 30 simboli). Nonostante questo riuscivano però a risolvere problemi molto difficili, come ci testimonia il papiro di Rhind (Fig. 1), il più ampio e completo manoscritto egizio a noi pervenuto riguardante la matematica.

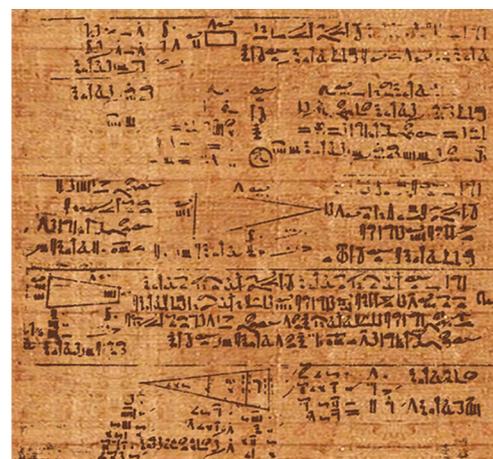


Figura 1 : Papiro di Rhind, 1650 a.C. circa

Il papiro di Rhind risale al 1650 a.C. circa. Fu trascritto da uno scriba di nome Ahmes da un documento risalente al periodo tra il 2000 a.C. e il 1800 a.C. che probabilmente si era deteriorato col tempo. Lo scritto deve il proprio nome a Henry Rhind, un antiquario scozzese che lo acquistò nel 1858 a Luxor in Egitto e successivamente lo donò al British Museum, dove tuttora è conservato. Il papiro è scritto in ieratico (una specie di geroglifico corsivo che veniva utilizzato nel quotidiano) e contiene 84 problemi aritmetici, algebrici e geometrici con relative soluzioni oltre a delle tabelle di frazioni. Grazie a questo importante documento e ad un altro (il Papiro di Mosca, Fig.2) abbiamo ben chiari i metodi che utilizzavano gli antichi egizi per eseguire operazioni e risolvere problemi.

Vediamo di seguito come venivano affrontati i calcoli più semplici:

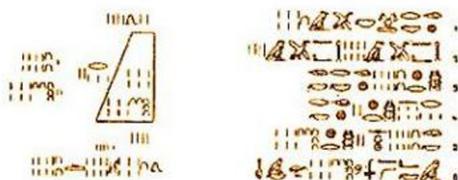


Figura 2 : Papiro di Mosca, 1850 a.C. circa

ADDIZIONE

E' sicuramente l'operazione più semplice: per sommare due numeri tra loro basta raggruppare tutti i simboli di cui sono composti e se lo stesso simbolo compare dieci volte nel risultato lo si sostituisce con il successivo più grande. Il simbolo utilizzato per l'addizione era Δ .

SOTTRAZIONE

Anche la sottrazione è molto semplice: basta togliere dal primo termine tutti i simboli che compaiono nel secondo, se per un determinato simbolo ci sono più istanze nel secondo termine che nel primo basta prendere un simbolo di una grandezza superiore nel primo termine e scomporlo in dieci simboli della grandezza inferiore ed effettuare così la sottrazione. Il simbolo utilizzato per la sottrazione era ∇ .

MOLTIPLICAZIONE

Moltiplicare è un po' più complicato. Gli egizi avevano intuito che ogni numero è scrivibile come somma di potenze di 2, infatti eseguivano le moltiplicazioni effettuando dei raddoppi successivi del numero da moltiplicare, cioè moltiplicando per 2 ad ogni passo (quindi prima per 2, poi per 4, 8, 16 e così via). Scrivevano il risultato delle moltiplicazioni parziali in colonna fermandosi con le moltiplicazioni alla potenza di 2 che più si avvicinava all'altro termine della moltiplicazione da effettuare ma che non lo superava.

Fatto questo scrivevano tale termine come somma di potenze del 2. Il risultato della moltiplicazione si ottiene dunque sommando i risultati delle moltiplicazioni parziali corrispondenti ai vari addendi della somma di potenze del 2 che compongono il secondo termine. Essendo un algoritmo un po' complicato da spiegare a parole è più semplice fare un esempio diretto: supponiamo di dover moltiplicare 19 per 23.

Eseguiamo i raddoppi di 19 fino a $2^4=16$ poiché $2^5=32 > 23$.

1	19
2	38
4	76
8	152
16	304

Ora abbiamo che $23 = 16 + 4 + 2 + 1$, dunque il risultato sarà la somma dei termini corrispondenti a 16, 4, 2 e 1, cioè $23 \times 19 = 304 + 76 + 38 + 19 = 437$.

L'intuizione geniale di scrivere i numeri come somma di potenze del 2 ci dice che gli egizi praticamente usavano già il sistema binario (inconsciamente) 3500 anni prima che venisse inventato.

DIVISIONE

La divisione segue un algoritmo molto simile a quello della moltiplicazione. Si moltiplica il divisore continuando a raddoppiarlo fino ad avvicinarsi al dividendo senza però superarlo in modo analogo a quanto visto per la moltiplicazione. Poi si sommano termini della colonna di destra cercando di avvicinarsi il più possibile al dividendo.

CURIOSITA'

• NEL PAPIRO È PRESENTE UNA TABELLA NELLA QUALE SONO RIPORTATE LE SCOMPOSIZIONI IN FRAZIONI UNITARIE DI $2/N$ PER TUTTI GLI N DISPARI COMPRESI FRA 3 E 101

• LE FRAZIONI UNITARIE AVEVANO UNA PARTICOLARE SCRITTURA: IL RECIPROCO DI OGNI INTERO VENIVA INDICATO CON UN OVALE POSTO APPENA SOPRA AL SIMBOLO INDICANTE IL NUMERO, AD ESEMPIO $1/3$ VENIVA SCRITTO IN QUESTO MODO: $\overline{\text{III}}$

• LA FRAZIONE $2/3$ ERA L'UNICA AD AVERE UN SIMBOLO APPOSITO PER ESSERE RAPPRESENTATA

• LE FRAZIONI UTILIZZATE NELLE DIVISIONI SONO RAPPRESENTATE DALL'OCCHIO DI HORUS (FIG.3).

UNA LEGGENDA DELLA MITOLOGIA EGIZIA NARRA CHE SETH UCCISE IL FRATELLO OSIRIDE E HORUS, FIGLIO DI QUEST'ULTIMO, VOLLE VENDICARE IL PADRE MA NELLO SCONTRO CON LO ZIO PERSE L'OCCHIO SINISTRO, CHE VENNE FATTO IN SEI PEZZI E IN SEGUITO RICOMPOSTO DA THOT. I PEZZI DELL'OCCHIO, NELL'ARITMETICA EGIZIA, RAPPRESENTANO LE FRAZIONI UNITARIE DELLE POTENZE DEL 2 FINO A $1/64$ E CON UN OCCHIO INTERO SI INDICA L'UNITÀ. LA COSA STRANA È CHE SOMMANDO I VARI PEZZI DELL'OCCHIO SI OTTIENE $1/2 + 1/4 + 1/8 + 1/16 + 1/32 + 1/64 = 63/64$; LA LEGGENDA VUOLE CHE L' $1/64$ MANCANTE SIA STATO AGGIUNTO DA THOT CON UNA MAGIA.

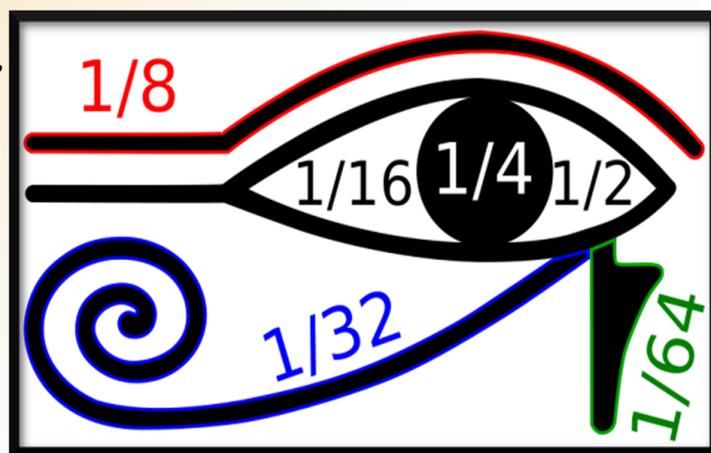


Figura 3: Rappresentazione in sessantaquattresimi dell'occhio di Horus

Per esempio, volendo effettuare la divisione $322:23$, si procederà in questo modo:

1	23
2	46
4	92
8	184

Fermandosi all'8 poiché $184 \times 2 = 368 > 322$.

Osserviamo che sommando le ultime tre righe della colonna di destra otteniamo $184 + 92 + 46 = 322$, prendendo dunque i termini della colonna di sinistra corrispondenti e sommandoli ($8 + 4 + 2 = 14$) vediamo che $14 \times 23 = 322$ e dunque il risultato della divisione sarà 14.

Supponiamo di voler fare invece $330:23$. Otteniamo sempre 322 dai termini della colonna di destra, in questo caso lo scriba, effettuando il calcolo, doveva accorgersi che 322

era il numero che più si avvicinava a 330 utilizzando come addendi i termini della colonna di destra e dunque che la divisione aveva un resto, precisamente $330 - 322 = 8$. Dunque $330:23 = 14$ con resto di 8.

FRAZIONI

Gli egizi furono fra i primi popoli ad utilizzare il concetto di frazione, da essi però quasi esclusivamente utilizzata con numeratore uguale ad uno. La frazione fu un'idea rivoluzionaria dal punto di vista matematico ma al tempo stesso dettata da necessità pratiche, visto che dovevano spesso effettuare baratti e pagamenti in natura. Molti storici della matematica sono convinti che la matematica egizia non abbia fatto grossi progressi proprio a causa dell'utilizzo

delle frazioni limitato a quelle unitarie (dette anche, infatti, "frazioni egizie"). Quel che è certo è che ne fecero largo uso in molti campi, infatti soltanto 6 degli 85 problemi presenti nel papiro di Rhind non vengono risolti con l'utilizzo di frazioni. Vediamo ora un esempio di divisione risolta con l'ausilio di numeri frazionari: Supponiamo di voler dividere 35 per 8:

1	8
2	16
4	32
$1/2$	4
$1/4$	2
$1/8$	1

Oltre ai "raddoppi" dell'8 si utilizzano anche i suoi "dimezzamenti" per ottenere il dividendo sommandoli, $35 = 32 + 2 + 1$ dunque $35 : 8 = 4 + 1/4 + 1/8$.