Laboratorio di giocometria

Introduzione

“Studi matematica? Ma tu sei matto!”

Questa è la frase che si sente più spesso quando si dice ai conoscenti cosa facciamo nella vita, e diciamocelo, forse non hanno tutti i torti, però quanti hanno realmente mai capito che la matematica è un gioco? Proprio questo vogliamo mostrare: la matematica non è solo quella che si studia coi metodi classici nella scuola ma possiamo trovarla anche nelle forme più elementari come i giochi. Ciò non significa che alla base di questi ci sia una “matematica semplice” ed è qui che parte il nostro progetto.
Per coinvolgere sia grandi che piccoli abbiamo scelto di creare un’esposizione museale interattiva, adatta a laboratori didattici, che vorremmo collocare al Muse, una realtà a noi vicina di buon livello e capace di attirare molti giovani, la quale però presenta una grandissima lacuna: la quasi totale assenza della Matematica.

Può un museo dirsi delle scienze se non ospita la sua regina?

E qui entriamo in gioco noi, suoi alfieri: prendendo spunto dalla vasta sezione di giochi a base pseudo-scientifica già presenti al Muse, era nostra intenzione sia completare la parte ludica introducendo altri giochi a sfondo fortemente matematico, sia creare una sezione con alcuni approfondimenti sulla materia, sempre collegati alla parte ricreativa.
Essendo la matematica una materia sufficientemente complessa, abbiamo pensato di porre le due sezioni in stanze separate: nella prima le persone potranno concretamente giocare senza bisogno di conoscere alcun grande concetto matematico, mentre nella seconda si potranno approfondire le teorie che stanno alla base di ciò che è presente nella prima sala, utilizzando un livello di matematica più elevato confidando in una maggiore conoscenza di base e concentrazione da parte dei partecipanti al laboratorio. Ma attenzione: il nostro intento non è quello di spiegare la matematica in maniera rigorosa o di sostituire questo metodo a quello scolastico! Bensì volgiamo far interessare le persone oppure dar loro un nuovo punto di vista su di essa, poiché probabilmente l’hanno sempre vista come noiosa e assolutamente lontana dalla vita reale. Ci siamo concentrati infatti sulla geometria dato che qualsiasi cosa è riconducibile ad essa e tramite le immagini può diventare intuitiva.
Far vedere che è “semplice” sarebbe impossibile, anche perché non lo è, (noi studenti ne sappiamo qualcosa potete fidarvi!) ma è davvero interessante e a volte perfino divertente, bisogna solo imparare a conoscerla! Questo è il nostro intento.

1 – Giochi: Materiale & Spiegazione

1.1 Descrizione

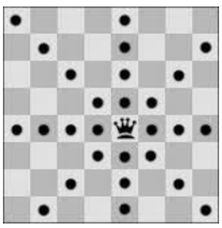
Questi sono i giochi che vorremmo proporre al laboratorio didattico, sono di base abbastanza semplice ed intuitiva e sono adatti a chiunque, a partire da bambini delle elementari fino ad arrivare agli adulti. La prima parte della descrizione di ogni gioco comprende il materiare necessario per realizzarlo e le modalità di messa in posa, e sono pensate per gli organizzatori e gli addetti ai lavori di montaggio. Mentre la seconda parte consiste in una breve spiegazione per i visitatori, la quale va esposta in modalità affine a quella del museo ospitante, che li introdurrà al gioco ed alle sue modalità. Volendolo pensare per un'esposizione museale, sia temporanea che permanente, questa seconda parte è pensata come breve istruzione auto esplicativa, cioè che non necessita di spiegazioni ulteriori.

1.2 I Dadi

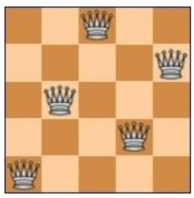
Materiale: 5 dadi di spugna colorata, ognuno a forma di solido platonico, con i numeri stampati su ogni faccia, ogni dado grande circa 30 cm.
I bambini avranno la possibilità di lanciare i dadi per terra all'interno di una zona limitata da muri e\o da recinzioni per bambini. Nel caso di muri sarebbe meglio avere pareti imbottite di spugna con piccola pendenza a livello del battiscopa in modo da non avere angoli vivi o cose con le quali un bambino possa farsi male.
Spiegazione:
"Come funziona?
Come un qualsiasi dado, ma qui non c'è solo quello a 6 facce (), ma anche a 4 ( a 8 (), a 12 () e perfino a 20 facce ()!
Piccola sfida:
Vinci se lanciando un solo dado una sola volta esce il numero 4. Che dado lanci?
Seconda sfida:
Scegli un numero da 1 a 20, secondo te con quale dado è più facile ottenere quel numero? "

1.3 Regine

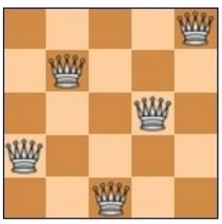
Materiale: 6 regine (magari stampate dalla stampante 3d del Muse) 4x4x10 cm, scacchiera interattiva(vedi dopo°) 6x6, ogni casella quadrata 5cm di lato. La scacchiera deve poggiare su una struttura mobile por poterla girare di 360°.
Spiegazione:
"Come funziona?

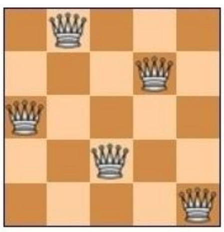


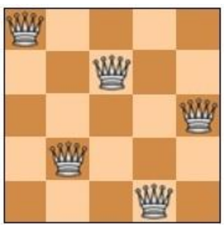
Il gioco consiste nel posizionare le sei regine sulla scacchiera in modo che nessuna sia minacciata dalle altre. (°vedi seguito) Ogni volta che posizionerai una regina le caselle che questa minaccerà verranno illuminate di rosso! Quindi non potrai mettere regine sulle caselle rosse.
È così che una regina si muove, e quindi minaccia. Sappi che c'è una sola soluzione ma ne puoi ottenere altre tre ruotando la scacchiera.
Perché?

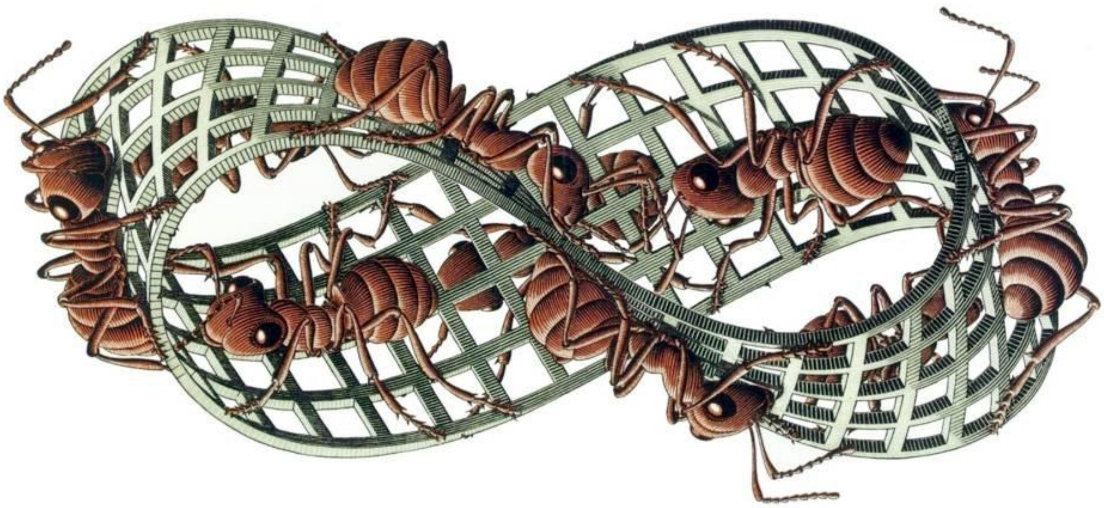


Facciamo finta che le regine siano 5: questa sarebbe una soluzione. Ma quindi anche quelle sotto lo sono. Queste si chiamano Rotazioni ed ognuna di queste è una soluzione."









1.4 *Moebius*

Materiale: tavolo, forbici dalle punte arrotondate, nastro adesivo e fogli con sopra stampato un rettangolo tratteggiato da ritagliare.

Video a loop e pannello (in allegato), entrambi con istruzioni:

“1) ritaglia un foglio seguendo i contorni;

2) prendendo le estremità, capovolgine una cioè girala di 180°;

3) con il nastro adesivo attacca le due estremità;

3.1) se vuoi provare, fai lo stesso con un altro foglio e poi unisci in questo modo i due nastri;

4) con la forbice taglia lungo la linea tratteggiata.”

Spiegazione:

“Come funziona?

Segui le istruzioni che trovi sul video o sul pannello, e attento a non farti male! Che cosa ottieni? Incredibile! Non vengono fuori due cerchi ma solo uno!

Cos’hai trovato?

Hai trovato un nastro di Moebius, cioè è una superficie molto particolare dove, se una formica si trovasse in un punto e iniziasse a camminare in una direzione, dopo un giro si ritroverebbe nello stesso punto, ma a testa in giù!”

1.5 *Cicloide*

Materiale: Cicloide in legno con frecce colorate rivolte verso i due solchi dai quali far partire le 2 palline in plastica colorata e leggera.

Spiegazione:

“Come funziona?

Prendi le due palline e mettile nei due spazi segnati dalle frecce.

Quale delle due strade è più corta, e quale pallina arriverà prima? Perché?

Questa curva è il percorso più veloce tra il punto in basso e quello in alto, anche se non il più corto: a volte le apparenze ingannano!

Un altro trucco: se metti due palline ad altezze diverse, esse arriveranno contemporaneamente al punto più basso, provare per credere.”

1.6 *Nodi*

Materiale: un telaio a chiodi per bambini (cioè un tavolo di compensato con molti chiodi di plastica dura disposti a griglia), un contenitore di tessuto avente al suo interno molti elastici colorati di varie dimensioni, e molte schede plastificate 20x20cm con ciascuna su un lato un diverso nodo topologico (i primi venti nodi della classificazione) e sul retro come realizzarlo sul telaio, queste schede avranno bisogno di vari contenitori tipo schedario.

Spiegazione:

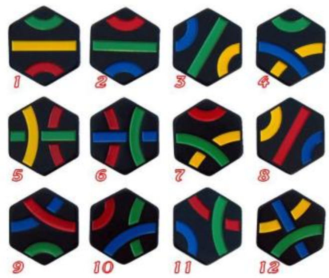
"Come funziona?

Estrai una scheda e guarda attentamente la figura. Ora divertiti a ricreare quello che vedi sul telaio con uno dei nostri coloratissimi elastici! Se hai bisogno di un suggerimento gira la scheda.

Cos'hai scoperto?

Quello che hai creato viene chiamato Nodo Topologico, cioè una figura matematica che rappresenta un nodo di corda molto fine i cui estremi sono stati incollati. "

1.7 *Entanglement / Tantrix*



Materiale: 43 tessere esagonali di spugna atossica (tipo tappetini per bambini), lato 15cm e altezza 2 cm, i lati di ogni tessera sono incastrabili tra di loro come un puzzle, su ogni tessera vengono stampate tre linee colorate, giallo verde e blu, e ogni linea parte da un lato e arriva ad un altro lato, in tutto sono possibili 12 combinazioni (vedi lato). Queste tessere verranno in parte contenute dentro una scatola di tessuto, in parte verranno piazzate sopra un sottile esagono di compensato di lato 105cm, altezza 0.5 cm,posizionato a terra. Esso verrà inscritto in una circonferenza di materiale identico a quello delle tessere,ma di altezza 2.5cm, in modo che i bambini, accucciandosi, non si possano fare male. I lati interni di questa figura, cioè quelli di contato con il compensato, dovranno permettere alle tessere di incastrarsi, ovvero sarà una specie di cornice del puzzle.

Spiegazione:

"Come funziona?

la sfida del gioco consiste nel creare una curva chiusa più lunga possibile. Ma attenzione: non si possono lasciare buchi nel puzzle e una curva non può "cambiare colore", cioè non si possono unire due curve di colore diverso.

Una piccola sfida:

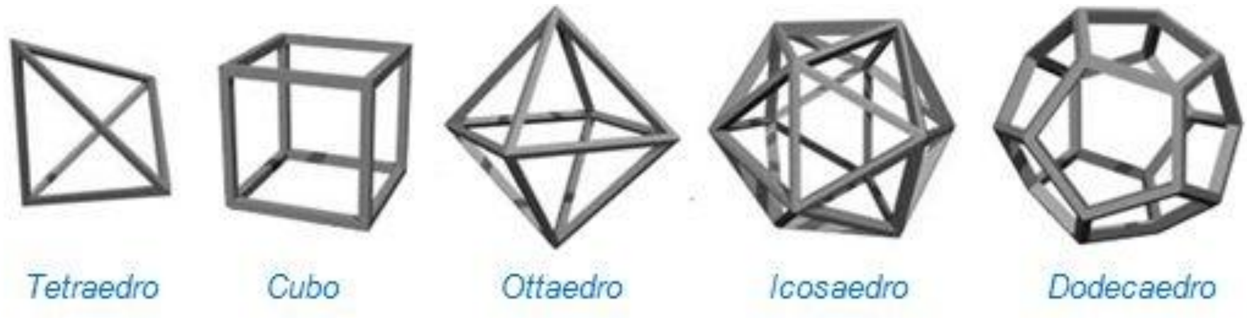
le tessere in tutto sono 43, riuscirai a creare un unico percorso (anche non chiuso) che unisca tutte le tessere?"

2 Pannelli: Testo & Immagini

2.1 Spiegazione generale

Questi sono i testi che spiegano la matematica dietro ad ognuno dei giochi proposti prima, che nel laboratorio didattico possono essere spiegati dall'addetto o dall'insegnante accompagnante. Nel caso in cui si desideri esporre questi progetti in una mostra, temporanea o permanente, i testi dovrebbero essere ridoti leggermente in modo che non sia troppo pesante e troppo poco interessante per un visitatore medio, ovvero non esperto in materia.

2.2 **Dadi: solidi platonici**.



Risoluzione alle sfide: per ottenere il numero 4 conviene usare il tetraedro dato che il 4 ha una possibilità su 4 di uscire (25%) mentre nell'icosaedro, 20 facce, ne ha una su 20 (5%). Per lo stesso motivo preso un numero da 1 a 20, conviene usare il dado con meno facce che contiene quel numero.

I solidi platonici derivano il loro nome da Platone che li utilizzò per cercare di spiegare il mondo naturale associandoli ai quattro elementi della natura: acqua, aria, terra e fuoco. Rimaneva fuori il quinto solido, l'icosaedro, del qual scrisse: "Restava una quinta combinazione e il Demiurgo (il Creatore) se ne giovò per decorare l'universo."

Ma parliamone in maniera seria: cosa sono i solidi platonici?
Un poliedro convesso (cioè senza cavità) è un solido platonico se:

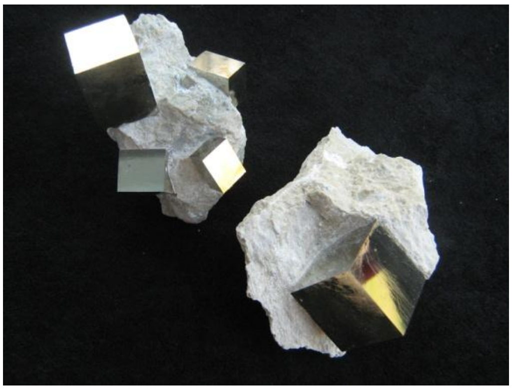
1. tutte le sue facce sono poligoni congruenti, oltre che regolari, come il triangolo, il quadrato e il pentagono;
2. nessuna delle sue facce interseca le altre se non negli spigoli;
3. in ogni vertice si incontrano lo stesso numero di facce.

Inoltre anche tutti gli spigoli e gli angoli sono congruenti fra loro.

Il primo matematico a lavorarci in maniera rigorosa fu Euclide (367 a. C ca. - 283 a. C.), che li trattò da un punto di vista esclusivamente geometrico, ne analizzò tutte le proprietà e dedicò loro la parte finale della sua opera maestra: gli “Elementi” (il testo più letto dopo la Bibbia) nella quale dimostra che non ce ne possono essere altri.

Il motivo? Tutta questione di geometria!
Se prendete un vertice di un solido, dovranno convergerci almeno tre facce (su piani diversi), quindi la somma degli angoli non deve superare i 360°, altrimenti esse saranno sullo stesso piano. Prendiamo i triangoli equilateri (angoli da 60°), ad un vertice potranno convergere tre facce (avremo un tetraedro), quattro facce (ottaedro) o cinque facce(icosaedro) ma non di più, poiché 6x60=360°, e non avremmo nessun solido!
Ora prendiamo il quadrato (angoli da 90°) facciamo incontrare tre facce nel vertice e otteniamo un cubo, non più di tre facce dato che 90x4=360°
Prendiamo un pentagono (108°) e facciamo convergere tre facce ottenendo così un dodecaedro. Non possiamo usarne 4 dato che 108x4=432, decisamente troppo.
E un esagono? Ha angoli da 120°. Quindi 3x120=360. Non va bene. E chiaramente nessuna figura oltre l’esagono può andare dato che gli angoli cresceranno sempre!

Ma questi solidi sono solo teorizzazioni matematiche o esistono davvero? Certo che esistono! Li possiamo trovare nei minerali, per esempio. Ogni minerale è riconoscibile dalla sua forma, ed è soprattutto in base a quello che vengono classificati e distinti gli uni dagli altri, il cosiddetto “abito cristallino”. In particolare la pirite si trova in forma di cubo perfetto (esiste anche un raro tipo di pirite dodecaedrica). Mentre la fluorite ha un struttura di ottaedro regolare e infine alcuni granati sono dodecaedrici.

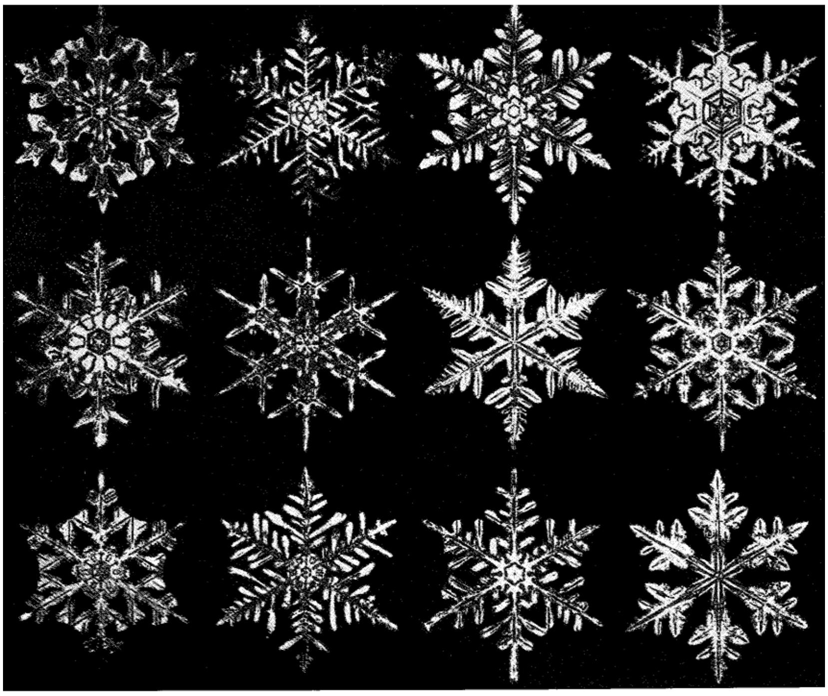



2.3 <u>Regine</u>

nel gioco possiamo notare che girando la scacchiera la soluzione sembra cambiare ma in realtà è sempre la stessa solamente che viene ruotata.
In matematica un'operazione che muove o trasforma un oggetto lasciandone però inalterato l'aspetto si chiama isometria. L'oggetto può essere ad esempio una figura geometrica o un'equazione e le principali isometrie sono:
La traslazione è una trasformazione di una figura che ne sposta tutti i punti nella stessa direzione e alla stessa distanza. Di conseguenza l'oggetto di partenza non subisce deformazioni ma viene semplicemente spostato. Vi sembra difficile? questa è un operazione che compiamo ogni giorno anche semplicemente prendendo il bicchiere dal tavolo e portandolo alla bocca.

La rotazione: ora che avete il bicchiere alla bocca, per bere, dovrete alzarne il fondo mantenendo fermo il bordo che avete (?)appoggiato al labbro. Qualsiasi spostamento di un oggetto in cui un punto rimane fermo e tutti gli altri gli girano attorno spostandosi di uno stesso angolo, viene definito rotazione. Quindi anche il secondo movimento che avete eseguito col bicchiere è una rotazione e quindi anche un isometria dato che non subisce deformazioni.

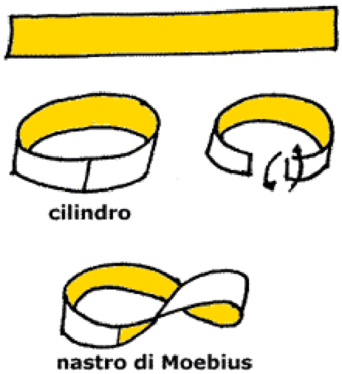
La riflessione: se state pensando allo specchio siete sulla buona strada (se invece state pensando alle riflessioni sui massimi sistemi non ci siamo...) infatti guardando una qualsiasi immagine attraverso uno specchio la vedrete si diversa, ma in nessuna maniera deformata. Da qui si deduce che anche la riflessione è un isometria.



Se abbiamo oggetti simmetrici riflettendone metà troviamo l'intero oggetto, questa è detta simmetria centrale. Inoltre esiste la simmetria rotatoria (o simmetria raggiata) cioè ruotando l'oggetto di un certo angolo attorno al centro si ottiene di nuovo l'oggetto di partenza. Se l'angolo è di 180° la simmetria è ancora centrale. In natura possiamo trovare moltissimi esempi: fiori, stelle marine, farfalle, fiocchi di neve….

2.4 <u>Möbius</u>

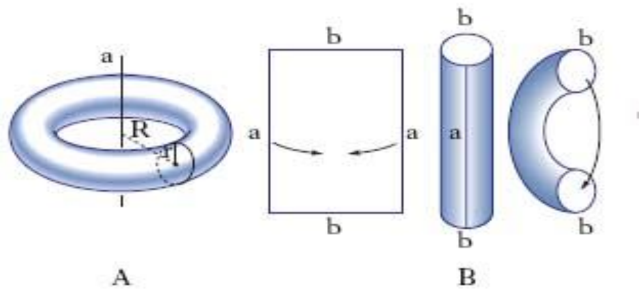
Il nastro (o striscia) di Möbius è una superficie scoperta nel 1858 dal matematico tedesco **August Ferdinand Möbius**. Lo studio di questa figura è stato molto importante per la matematica e ha contribuito a porre le basi della scienza chiamata **topologia**. Questa è una branca della matematica che studia le proprietà delle superfici e dei volumi che non cambiano anche in seguito a deformazioni continue, che non prevedono cioè tagli, buchi o altre interruzioni della superficie. Per esempio la superficie di un cubo si può deformare in modo continuo in quella di una sfera "gonfiandola" dall'interno.



Il nastro di Möbius in topologia è una figura tutto sommato semplice per dei matematici, ma come fanno a lavorarci? Pensiamo a come è stata costruita: siamo partiti da un rettangolo dove sono stati uniti due lati opposti, uno dei quali è stato ruotato.

Come si vede dall'immagine a destra l'unica differenza che intercorre tra un cilindro e un nastro è proprio questa semplice rotazione. Per identificare questi "incollamenti" in disegni (e quindi non in figure tridimensionali) si utilizzano delle frecce poste lungo i bordi da incollare, nella direzione di inizio e fine incollamento. Nell'immagine sotto avrete così a sinistra un cilindro e a destra un nastro.

Grazie a questo espediente (che formalmente sarebbe più complesso, ma esposto in questo modo risulta più comprensibile) i matematici riescono a studiare altre strutture molto più complesse. Ad esempio, partendo dalla figura di sinistra, cosa succede se **identifichiamo** (incolliamo) tra loro, senza compiere rotazioni, gli altri due lati? La risposta si ottiene con molta immaginazione!! All'inizio incollate i due lati lunghi, e otterrete un cilindro alto e stretto, in pratica un tubo. A questo punto basta unire le due circonferenze terminali otterremo nient'altro che una ciambella, la quale in topologia viene definita **Toro**.

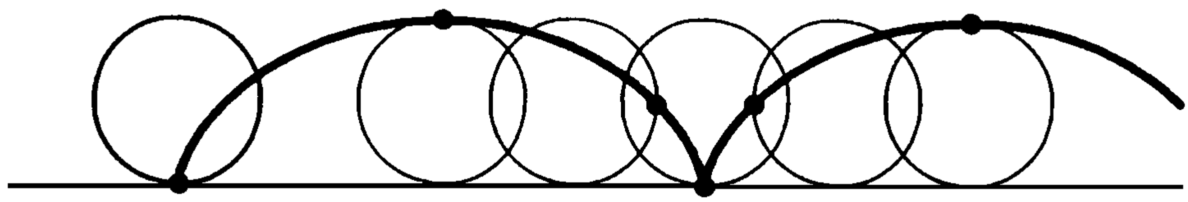


Perché non pensiamo a qualcosa di ancora più complicato? Partiamo ora dalla figura di destra, e iteriamo lo stesso procedimento del toro. Ottenete di nuovo un cilindro alto e stretto (un tubo) ma dovete identificare le due circonferenze capovolgendone una(Mi raccomando: niente buchi ne tagli!!): riuscite ad immaginarlo? No? Se volete un aiutino continuate a leggere, se invece ci riuscite, ripensateci perché forse avete sbagliato qualcosa. Il motivo? **Questa figura**, nota come **Bottiglia di Klein**, **non esiste in tre dimensioni**. Infatti dovremmo andare oltre la nostra quotidianità e pensare ad una quarta dimensione spaziale per ottenerla rispettando tutte le regole.

In questo modo avete visto anche voi quanto più facile sia lavorare su un quadrato con dei lati identificati rispetto a una figura che a fatica si riesce a concepire. Proprio questo è il bello e l'utilità della topologia.

A onor del vero bisogne dire che la bottiglia di Klein si è soliti rappresentarla come la figura a fianco, nonostante non sia del tutto corretta a causa del buco sul lato dovuto alla non esistenza della figura nelle tre dimensioni standard.

2.5 Cicloide

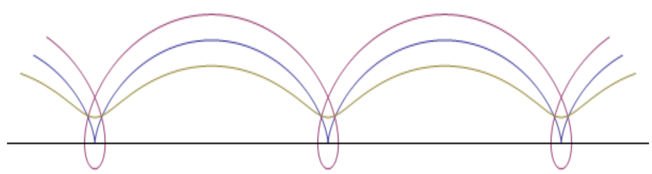


Questa curva è detta "**cicloide**" ed è definita come "la traiettoria di un punto fisso su una circonferenza che rotoli senza slittamento su una retta". Nonostante l'apparente semplicità, questa non fu scoperta prima del XVI secolo da **Nicola Cusano**, anche se fu Galileo Galilei in seguito a darle il nome che noi conosciamo. Nel secolo successivo il grande matematico Pascal riaccese l'interesse per la curva proponendo varie sfide ai matematici dell'epoca quali Wallis, Sluze, Fermat, Huygens, Ricci e Bernoulli.

Equazioni

$$\begin{cases} x = rt - h\sin t \\ y = r - h\cos t \end{cases}$$

ove r è il raggio della circonferenza e h è la distanza di P dal centro della circonferenza (alla partenza). Se $h < r$ si ottiene quella accorciata (ocra), se $h = r$ si ottiene la cicloide ordinaria (blu), se infine $h > r$ ho quella allungata (rossa).



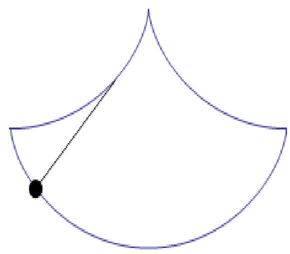
Proprietà

Le proprietà più famose di questa curva sono

- Isocronia, scoperta intorno al 1659 da Huygens;
- tautocronia, trovata sempre da Huygens;
- la risoluzione del problema della brachistocrona, su cui lavorarono Bernoulli nel 1696 e in un secondo tempo Newton e Leibniz;

Ma di cosa stiamo parlando esattamente? Cosa significano quei paroloni?

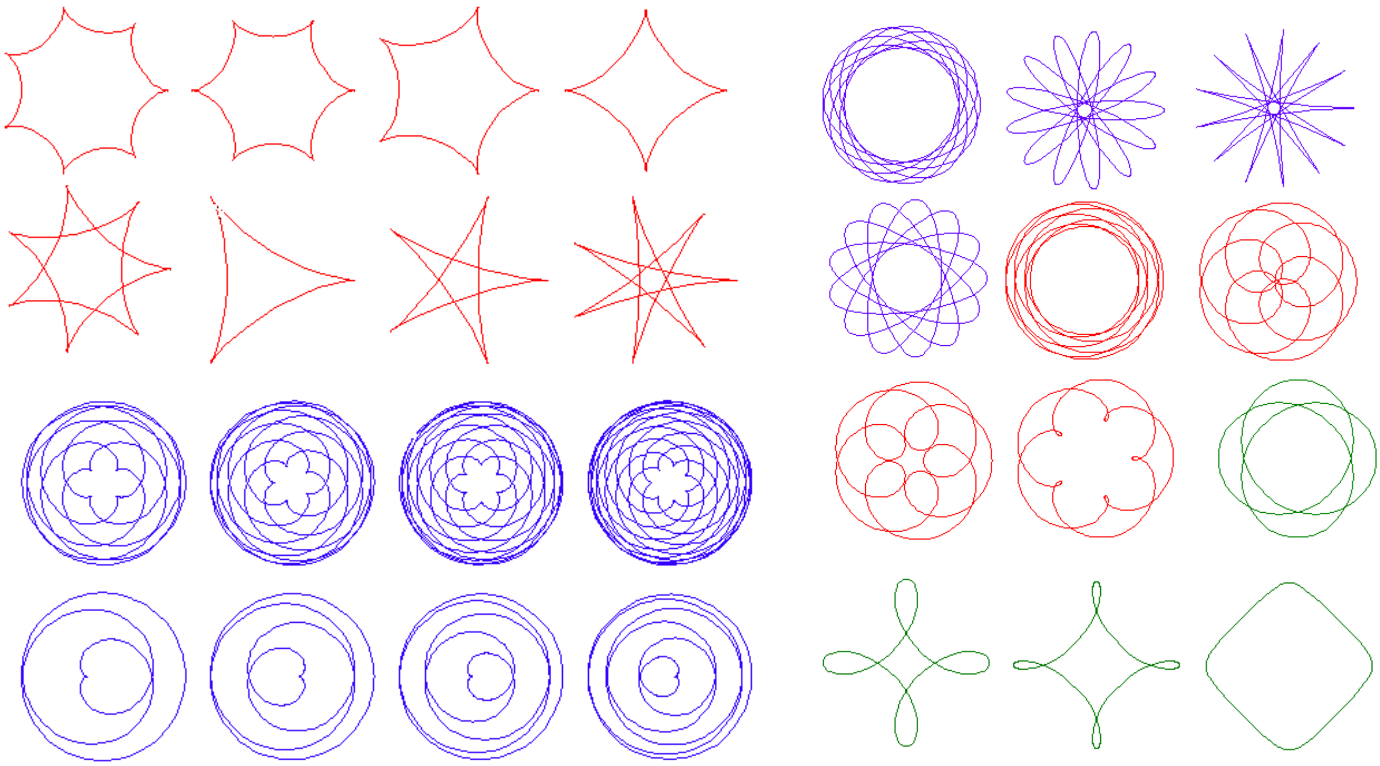
Isocronia: (isos=uguale e chronos=tempo) significa che il periodo di un pendolo che percorre una cicloide rimane costante indipendentemente dall'ampiezza delle sue oscillazioni.



Tautocronia: (tauto=identico e chronos=tempo) ovvero prendendo due corpi uguali, fingiamo siano delle sfere, e posizionandoli a diverse altezze sulla curva, questi si scontreranno nel punto più basso. Più in generale un corpo impiega lo stesso tempo ad arrivare nel centro indipendentemente dalla scelta del punto di partenza.

Brachistocrona: (brachistos=più corto e chronos=tempo) secondo voi quale sarà il percorso più veloce per un corpo ad una certa altezza per scivolare a terra? La risposta non è "una linea retta" come vi aspettereste, bensì proprio la nostra curva. Ad accorgersi di questa cosa furono i fratelli Bernoulli, che sembra litigarono per aggiudicarsi la scoperta.

Pensate sia tutto qui?
Invece no, perché se invece di una linea retta sulla quale far rotolare la sfera, si prende un'altra circonferenza più grande, si ottiene una nuova curva. Essa è detta epicicloide, se la prima circonferenza è esterna alla seconda, ipocicloide se è invece interna. Queste curve possono assumere forme molto varie. Eccone alcune:

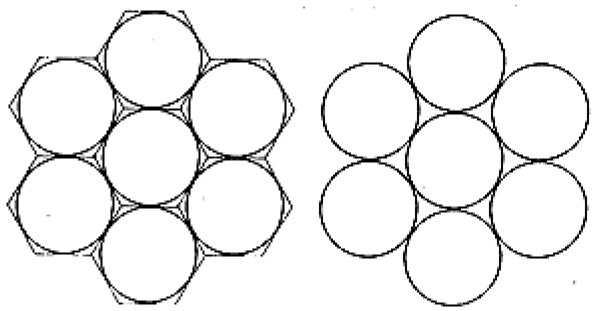


2.6 Tantrix

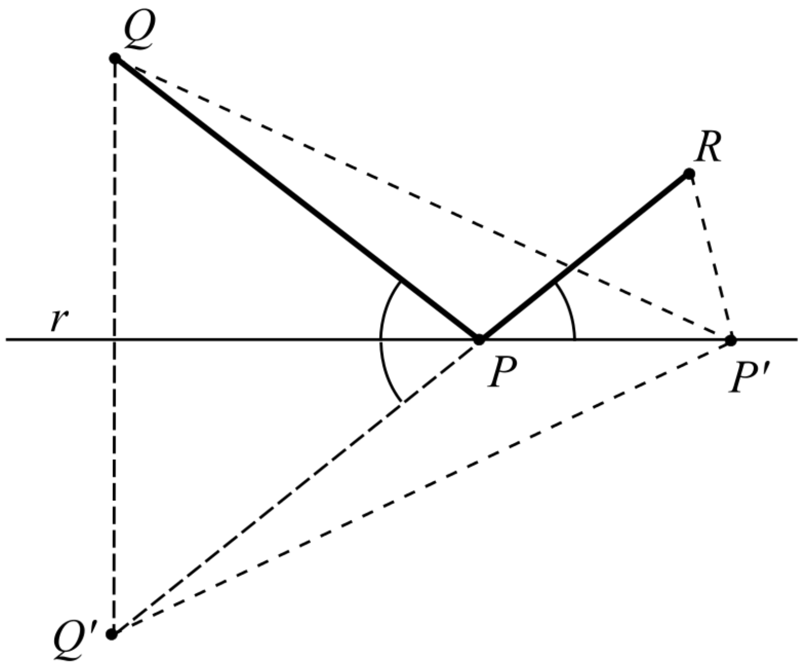
Perché in questo gioco le tessere sono di forma esagonale? Le uniche forme geometriche in grado di coprire del tutto una superficie piana, ovvero di riempirla del tutto senza lasciare degli spazi vuoti e senza sovrapposizioni, sono il triangolo, il quadrato e l'esagono. Qui viene usato l'esagono perché è la figura con quella proprietà che occupa una superficie maggiore. Inoltre su ogni esagono possono essere presenti fino a tre percorsi, facendo partire o arrivare da ogni lato un

solo percorso. Mentre triangolo e quadrato permettono soltanto due percorsi limitando notevolmente le possibilità di gioco.
Questa struttura esagonale possiamo trovarla in natura riprodotta perfettamente dalle **api**: i favi. Bisogna stare attenti però che i favi delle api sono oggetti tridimensionali, non bidimensionali come le tessere del gioco, quindi per essere precisi essi sono prismi esagonali, cioè la loro sezione trasversale è un esagono regolare. La grande differenza tra l'utilizzo di triangoli, quadrati o esagoni è la differenza di **perimetro complessivo** a parità di area da coprire, infatti con gli esagoni questo è notevolmente inferiore. Trasponendo questa cosa in tre dimensioni, il costruire favi a sezione esagonale riduce al minimo l'utilizzo di cera e massimizza la quantità di miele che ogni cella può contenere. Il cerchio è la figura geometrica che a parità di perimetro possiede un'area maggiore, ma non sarebbe intelligente usarlo: affiancando varie circonferenze si lasciano sempre dei buchi e sarebbe un grande spreco!

Quello che le api hanno risolto, senza sapere nulla di matematica, è un cosiddetto **Problema di Minimo**, cioè un tipo di problema dove le soluzioni sono molte, ma bisogna scoprire quale è la meno dispendiosa (nel caso delle api se ne parla in termini di cera).

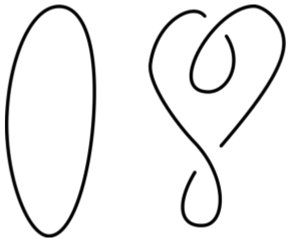


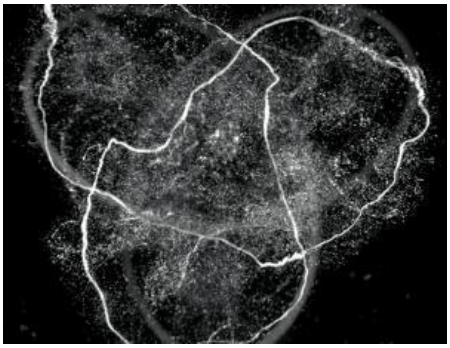
Uno dei più famosi esempi di problema di minimo in geometria è il **Problema di Erone**: data una retta r e due punti A e B sullo stesso semipiano, qual è il percorso minimo che collega i due punti toccando la retta?
La soluzione non è affatto banale:
Sia P il punto in cui il percorso tocca r (questo punto ancora non lo conosciamo), ora bisogna riflettere il punto A rispetto ad r, e chiamiamo A' questo nuovo punto. La distanza AP sarà uguale alla distanza A'P, quindi per trovare il percorso più breve che collega A' a B è sufficiente collegarli con un segmento. Così abbiamo trovato P, e questo è il percorso minimo, infatti, per qualunque altro punto P' la somma delle distanze P'Q+P'R è maggiore, poiché è uguale alla somma P'Q' +P'R, che è la lunghezza di un percorso non rettilineo tra Q' e R.



2.7 Nodi

Tutte le figure che avete visto sulle schede sono di notevole importanza in matematica: sono tutti **Nodi Primi**. Spieghiamoci meglio: in topologia (la branca dei tori e della bottiglia di Klein), esistono degli elementi che vengono chiamati Nodi Topologici, che possono essere definiti in maniera formale come particolari curve differenziabili nello spazio, che per i comuni mortali sono oggetti ottenuti da una corda flessibile ed elastica, con la quale viene formato un garbuglio e in seguito ne vengono uniti gli estremi. Ogni nodo è generalmente descritto tramite diagramma, ovvero disegnando una sua proiezione generica su un piano, con alcuni incroci come negli esempi mostrati nella figura. Però usando questo metodo saltano fuori molti modi per scrivere lo stesso nodo (nella figura i due sono equivalenti, in particolare quello di sinistra è il cosiddetto nodo banale), come capirlo? Due nodi sono tra loro **equivalenti** quando si possono deformare l'uno nell'altro senza strappi o rotture. Da un punto di vista più tecnico, queste deformazioni sono riconducibili sia ad algoritmi sia a polinomi, entrambi molto complessi che qui non tratteremo.





La parte interessante di tutto questo sono le applicazioni molteplici: chimica, fisica subatomica, biologia (filamenti a vortice, polimeri, DNA) e fluidodinamica. Nella figura a fianco si può vedere un nodo a trifoglio, realizzato nell'acqua con un particolare strumento, e studiando il suo comportamento si ampliano le nostre conoscenze sulla fluidodinamica.

Se invece vogliamo giocare un po' con i nodi e con la topologia, possiamo prendere un tubo e attaccarci esternamente tre fili colorati. A questo punto uniamo le estremità del tubo (creando cioè un toro) andando ad unire gli estremi d ogni filo. Così facendo si ottengono tre circonferenze su tre livelli diversi, le quali non sono altro che tre nodi banali. Se invece prima di incollare le estremità, ruotiamo una parte del tubo, andremo a unire fili di colore diverso, e quindi a creare nodi diversi a seconda di quanti giri facciamo prima di incollare.

Bibliografia/Sitografia/Immagini:

- Dustin Kleckner & William T. M. Irvine, Creation and dynamics of knotted vortices, Nature Physics 9, 253-258 (2013).
- Alberto Enciso & Daniel Peralta-Salas, Knots and links in steady solutions of the Euler equation, Annals of Mathematics 175, 345-367 (2012).
- E. Sernesi, Geometria 1, Bollati Boringhieri, 1989
- E. Sernesi, Geometria 2, Bollati Boringhieri, 2001
- M. P. do Carmo, Differential Geometry of Curves and Surfaces, Patience-Hall, 1976
- L. B. Carll, A Treatise on the Calculus of Variations, John Wiley & sons, 1881
- www.muse.it
- www.science.unitn.it
- http://www.nature.com/nphys/journal/v9/n4/full/nphys2560.html
- http://www.newscientist.com/data/images/ns/cms/dn23227/dn23227-1_300.jpg
- it/upload/files/pertonio_topologia_dei_nodi.pdf
- it.wikipedia.org/wiki/Rotazione_(matematica)
- it.wikipedia.org/wiki/Riflessione_(geometria)
- it.wikipedia.org/wiki/Traslazione_(geometria)
- http://annals.math.princeton.edu/2012/175-1/p09
- http://www.lescienze.it/news/2013/03/04/news/nodi_vortici_toroidali_topologia_laboratorio-1536566/
- it.wikipedia.org/wiki/Teorema_di_Erone
- http://www.lescienze.it/news/2013/10/21/news/nodi_soluzioni_equazioni_maxwell-1854215/
- www.mtsn.tn.it
- http://www.toonz.com/personal/todesco/
- http://www.toonz.com/personal/todesco/test/threejs/torusknot.html
- http://www.toonz.com/personal/todesco/ellipses/
- www.science.unitn.it/~andreatt/Bolzano.pdf
- www-3.unipv.it/webphilos_lab/dossena/Mobius.pdf
- www.dm.uniba.it/ipertesto/curve/cicloide.doc
- http://www.giovis.com/moebius.htm
- http://lnx.tonyassante.com/ilfaustino/lenigma-dei-cristalli-della-neve
- Mindat.org
- https://antoniovaccarello.wordpress.com/cimatica-e-realta/
- http://www.scienzenoetiche.it/synthesis/09_geometria_sacra.php
- Matetrentino, percorsi matematici a Trento e dintorni, a cura di DomenicoLuminati e Italo Tamanini (immagini e concetti)

Autori:

Buccio Valentina

Cambiaso Nicolò

Tosetti Silvia.