Università di Trento
Dipartimento di Matematica

Corso di comunicazione delle scienze

Relazione finale

Caterina Caprara

Anno accademico: 2017/2018

Indice

Introduzione

Per il progetto del corso di Comunicazione delle scienze ho scelto di realizzare tre ciondoli/portachiavi che rappresentassero esempi emblematici di superfici o poliedri: anche oggetti matematici possono essere scelti per "essere indossati" grazie alla loro bellezza estetica (come succede già per i gioielli di Oliver Labs). Ho deciso poi di accompagnare questi oggetti con un breve opuscolo, con l'intento sia di dare delle informazioni basilari, di comunicare argomenti matematici ai lettori sia di far capire che questi non sono solo oggetti astratti, ma trovano un riscontro nella realtà. In particolare mi sono soffermata su esempi che rimandano all'ambito artistico: possono sembrare mondi lontani, ma in verità ci sono molti punti di contatto tra arte e matematica ed è proprio da questa che tanti artisti hanno preso ispirazione e attinto a piene mani.

Penso che in generale sia complesso comunicare argomenti di matematica, per vari motivi: ci sono molti stereotipi che perdurano nel tempo nei confronti di questa disciplina, viene percepita come distante dalla realtà e moltissime delle sue teorie sono astratte e di difficile comprensione. Per questo ho voluto concentrarmi su una parte della matematica che fosse "realizzabile" praticamente, tangibilmente, e utilizzare un linguaggio non rigoroso e comprensibile a quante più persone possibile.
Seguendo le indicazioni e i consigli del libro *Comunicare la scienza, kit di sopravvivenza per ricercatori* (Giiovanni Carrada) ho cercato di realizzare degli opuscoli semplici, brevi e chiari e inserendo qualche curiosità.

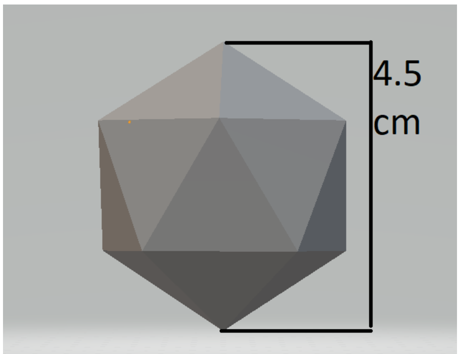
Fasi progettuali

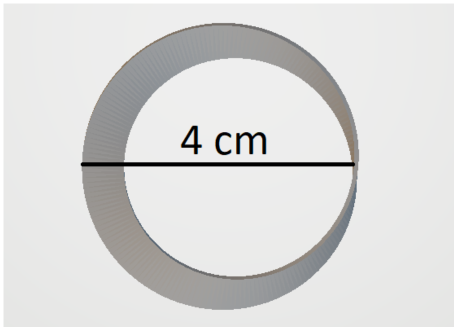
Realizzazione degli oggetti

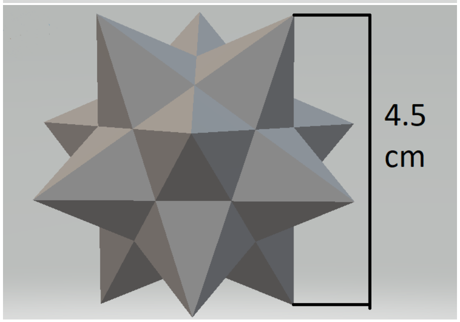
Gli oggetti che ho voluto realizzare sono:

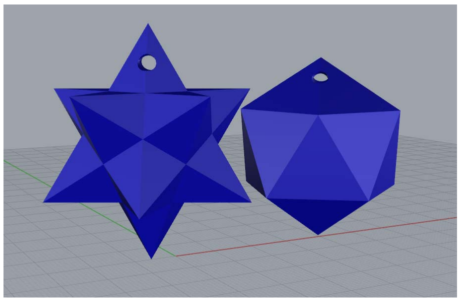
- il nastro di Möbius
- l'icosaedro regolare
- il piccolo dodecaedro stellato

Per la realizzazione degli oggetti ho deciso di impiegare la tecnica della stampa 3D. Non avendo nessuna precedente esperienza in merito, mi sono rivolta a dei professionisti (ASP CAD, Mantova) che mi hanno aiutata anche nel lavoro di modellizzazione. Dopo aver fornito i file in formato STL è infatti servita una fase di adattamento e di modifica dei file per poterli adeguare alle esigenze di stampa e alle dimensioni volute.
Qui di seguito le immagini dei primi modelli 3D e nell'ultima foto i modelli per l'icosaedro e per il dodecaedro stellato dopo le modifiche:









Dopo aver apportato le modifiche necessarie è stata effettuata la stampa: il materiale utilizzato è resina standard e gli oggetti sono stati svuotati per essere più leggeri (e quindi più adatti alla loro funzione). Infine è stata effettuata la pulitura dei pezzi e la verniciatura cromata.

Perchè la stampa 3D

Ho scelto questa tecnica per la realizzazione degli oggetti per diversi motivi:

- penso sia il modo più preciso per riprodurre degli oggetti come superfici o poliedri
- a parità della complessità dell'oggetto da realizzare la produzione manifatturiera tradizionale ha un costo molto maggiore rispetto alla stampa 3D
- la stampa 3D è estremamente verstatile e si presta alla produzione di tantissime forme diverse
- si può scegliere tra una gamma varia di materiali
- rispetto ad altri metodi di produzione, i tempi di realizzazione di oggetti tramite stampa 3D sono più brevi
- rispetto alle tecniche di produzione tradizionali, la stampa 3D è più sostenibile in quanto aumenta la produzione della "forma pulita", con meno spreco di materiale

Costi e realizzazione su più vasta scala

I costi per la realizzazione degli oggetti sono stati:

- Per l'adeguamento dei modelli 3D e lo svuotamento: per l'icosaedro e per il dodecaedro stellato 20 €ciascuno
- Per la stampa in resina:
  - nastro di Möbius: 5 €
  - icosaedro: 15 €
  - dodecaedro stellato: 15 €
- Per la pulitura e la verniciatura cromata dei pezzi: 25 €

Ovviamente a fronte di una vendita di questi oggetti bisogna trovare un modo per rientrare nelle spese. Il costo maggiore è quello della modellizzazione 3D, ma può essere evitato se si ha esperienza in questo campo (altrimenti comunque è una sorta di "investimento" iniziale: una volta avuto il modello 3D si può usare per produrre una serie di oggetti). Il costo della stampa effettiva non è molto alto, ma può essere ulteriormente abbassato facendo un'indagine presso più centri di stampa 3D e comparando i prezzi. Altri modi per risparmiare potrebbero essere evitare lo svuotamento dei pezzi, scegliere materiali più economici, non verniciare gli oggetti. In ogni caso, il costo di manodopera a fronte di una produzione più ampia non sarà variabile, ma fisso.

Realizzazione degli opuscoli

Penso che questa fase sia stata più complicata rispetto a quello che avevo previsto. Una delle difficoltà maggiori che ho incontrato è stata quella di non poter sviluppare e approfondire troppo gli argomenti, di riuscire a scrivere un testo breve ma chiaro e completo allo stesso tempo. Citando Carrada (da *"Comunicare la scienza, kit di sopravvivenza per ricercatori"*): "(...)La difficoltà è spesso tanto maggiore quanto più stringato deve essere il testo". Spesso infatti mi sono ritrovata a dover alleggerire o addirittura eliminare parte di ciò che avevo già scritto per rendere meno pesante il testo. Le lezioni al Muse sono state utili per capire quanto sia importante essere sintetici nella divulgazione scientifica in generale, soprattutto in un testo scritto e mi hanno resa consapevole di quanto questo non sia semplice (cosa che poi ho sperimentato nel mio piccolo). Seguendo i consigli contenuti nel libro di Carrada, in ogni opuscolo ho iniziato con una breve spiegazione dell'oggetto in questione per poi dare delle informazioni che possano interessare e incuriosire i lettori; inoltre ho cercato di evitare, per quanto possibile, termini troppo tecnici (Carrada consiglia: "questi sono ostacoli davanti ai quali spesso ci si arrende, anche se sono accompagnati da una definizione"; "è consigliabile non usare (quasi) mai la matematica..."). Per rendere più chiari i concetti ho introdotto degli esempi e delle immagini.

Pubblico

Il pubblico a cui è destinato questo progetto è abbastanza eterogeneo, vario sia per età che per istruzione. Questi oggetti potrebbero essere venduti all'interno di un museo di scienze, ma anche in occasione di mostre o conferenze. Queste non devono necessariamente trattare di temi nell'ambito della matematica: ho infatti pensato che potrebbero essere venduti anche inerentemente a esibizioni o conferenze sull'arte, per esempio sulle opere di Escher che ha fatto gran uso di poliedri e oggetti matematici nei suoi lavori. I ciondoli e gli opuscoli potrebbero quindi essere un'occasione per conoscere meglio i "protagonisti" delle sue opere e incuriosire e interessare anche chi non è esperto in materia. Sarebbe quindi un modo per divulgare la matematica in un contesto non propriamente scientifico.
Sarebbe interessante se questi oggetti venissero venduti all'interno di un museo di scienze dotato di stampanti 3D perchè si potrebbe consentire ai visitatori di assistere alle fasi di realizzazione e in questo modo incuriosirli e incentivarli all'acquisto.

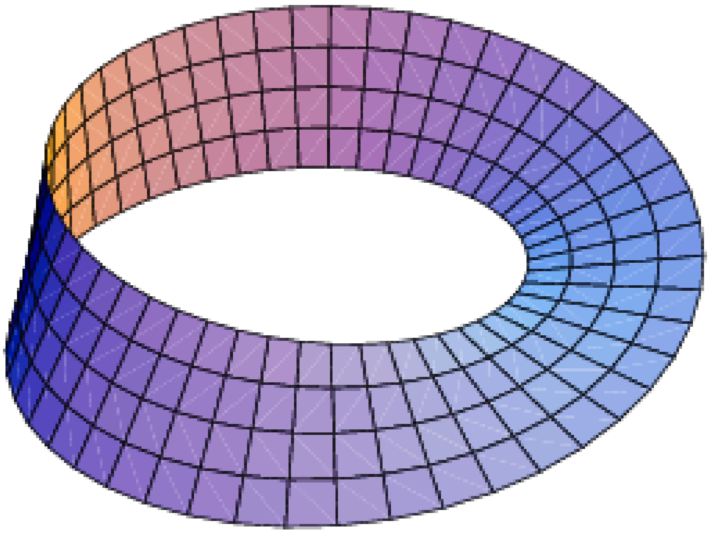
Finalità e obiettivi

La finalità principale del progetto è far scoprire la bellezza della matematica, sia in termini propriamente estetici (nella forma degli oggetti realizzati, nelle rappresentazioni artistiche in cui compaiono...) sia in termini della sorpresa che si può avere scoprendo che forme così regolari possano nascondere interessanti particolarità. Un altro obiettivo è quello di mettere in evidenza il legame che esiste tra matematica e arte, portando gli esempi di Escher, Pacioli, Leonardo da Vinci, Paolo Uccello...; la matematica ha ispirato molti artisti che, sia consapevolmente che inconsapevolmente, hanno rappresentato i suoi elementi nelle loro opere. Come sosteneva Hardy, "le forme create dal matematico, come quelle create dal pittore o dal poeta, devono essere belle".
Altri importanti obiettivi sono quelli di fornire delle conoscenze di base che possano arricchire il bagaglio culturale delle persone a cui è rivolto il progetto e incuriosirle e invogliarle a fare degli approfondimenti.

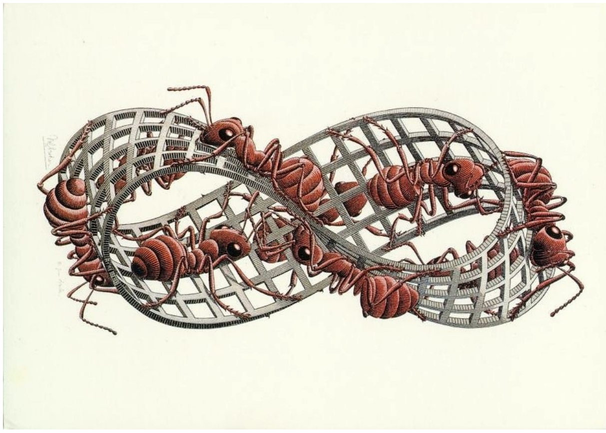
Opuscoli e bibliografia

Nelle pagine seguenti allego gli opuscoli e la bibliografia (e sitografia).

Nastro di Möbius



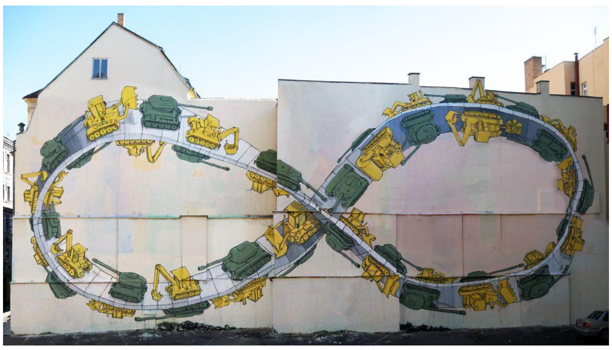
Pensate a tutte le superfici che avete studiato o che avete incontrato nella vita quotidiana: hanno due facce, una interna e una esterna, o una inferiore e una superiore e per passare da una all'altra bisogna "bucare" la supeficie o superare un bordo. Il nastro di Möbius è invece una superficie particolare: è non orientabile, cioè ha una sola faccia e non si può distinguere un interno da un esterno.
Questa caratteristica si vede bene nell'opera Anello di Möbius II (1963) di Maurits Cornelis Escher:



Osservando attentamente questa immagine ci si accorge che le formiche non stanno camminando su lati opposti, come potrebbe sembrare a prima vista, ma proseguono una dietro l'altra in fila sull'unica faccia della superficie.

Se infatti una formica iniziasse a camminare sul nastro di Möbius, dopo un giro completo si ritrovebbe (un po' disorientata) esattamente al punto di partenza, ma a "testa in giù".

Potete fare la stessa esperienza anche voi facendo scorrere il dito sul ciondolo. In questo modo scoprirete anche che il bordo è costituito da una sola linea continua e chiusa.

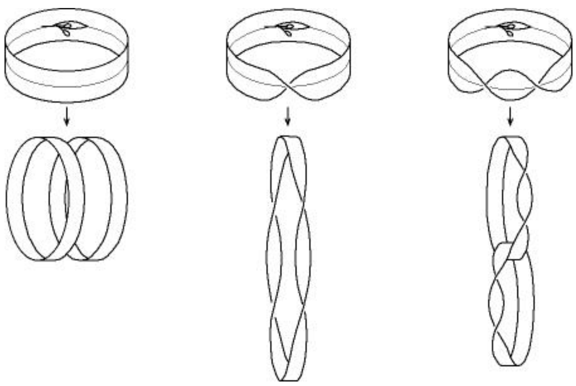


Escher non è l'unico artista che ha tratto ispirazione da questa superficie e dalle sue peculiarità. Un altro esempio, più moderno, è quello dello street artist Blu, che, nel 2008, a Praga ha realizzato un graffito dal titolo "The Gaza Strip". Qui è riprodotto un nastro di Möbius su cui si inseguono carri armati e bulldozer.

In realtà il nastro di Möbius ha molte applicazioni pratiche che spaziano in campi diversi; ad esempio le cinghie di trasmissione possono essere di questa forma per distribuire uniformemente l'usura su tutta la superficie e nel passato lo stesso principio è stato utilizzato per aumentare la durata di nastri trasportatori, nastri per macchine da scrivere o stampanti o per raddoppiare la capacità di memorizzazione di nastri registratori.

Ma non finisce qui: le sue proprietà si possono addirittura definire "magiche" tanto che viene utilizzato dai prestigiatori per un trucco che nei primi anni del 1900 era noto come "le bande afgane".

Potete divertirvi anche voi a realizzare questo numero di magia. L'occorrente sono due strisce di carta abbastanza lunghe incollate alle estremità per formare due anelli, ma a una delle due, prima di chiuderla, viene dato mezzo giro di torsione (formando così un vero e proprio nastro di Möbius).

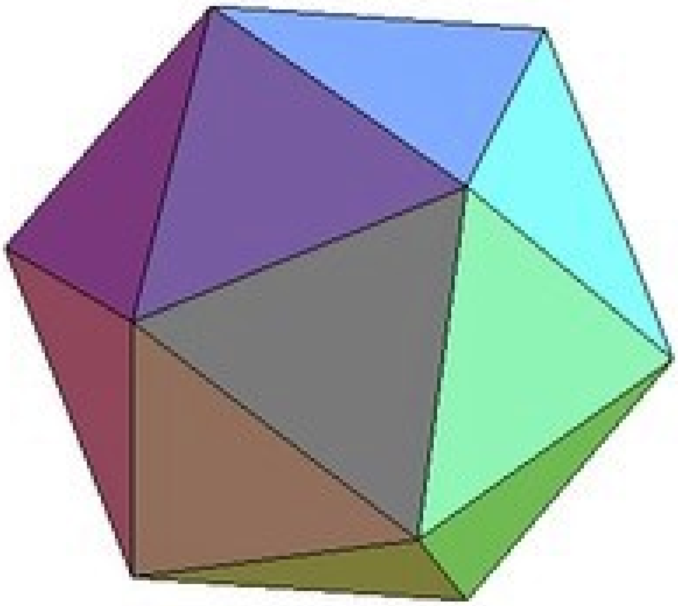


Ora, se si taglia il primo anello lungo la linea di mezzeria si ottengono altri due anelli disgiunti; se si fa lo stesso con l'anello di Möbius però, contro ogni aspettativa si ha un unico nastro lungo il doppio dell'originale. Tagliando ancora a metà si ottengono invece due anelli concatenati!
Il trucco riesce sempre perchè non è magia, ma matematica!

Tornando al mondo concreto, se pensate di non aver mai incontrato prima d'ora questa incredibile superficie, molto probabilmente vi sbagliate: il simbolo del riciclaggio è proprio un nastro di Möbius!

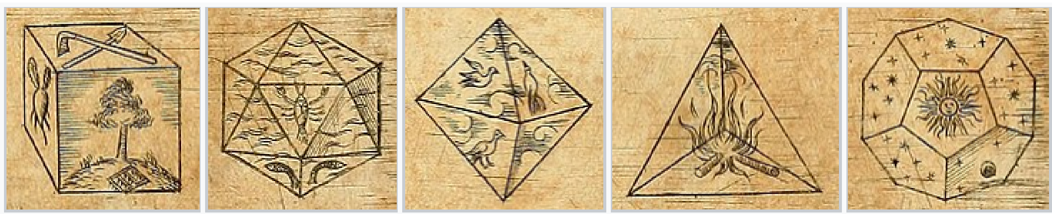
ICOSAEDRO REGOLARE

E I SOLIDI PLATONICI

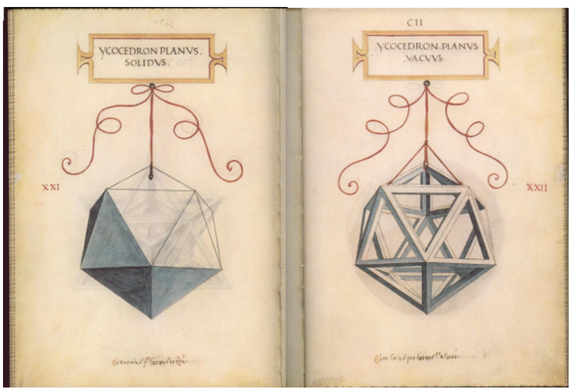


Gli antichi greci amavano la perfezione e nulla potrebbe essere più perfetto dei solidi regolari, detti anche platonici. Questi sono poliedri che hanno come facce un dato poligono regolare e hanno la proprietà che in ogni vertice convergono lo stesso numero di facce. L'icosaedro regolare è uno di questi perchè le sue 20 facce sono tutte triangoli equilateri e in ogni vertice ne troviamo 5.

La regolarità che contraddistingue questi poliedri li ha resi da sempre oggetto di studio, ma ha anche portato ad attribuire loro significati nascosti e a pensarli come strumenti per l'interpretazione della realtà. Infatti Platone associò ad ognuno di essi un elemento naturale: la terra era rappresentata dal cubo, l'acqua dal nostro icosaedro, l'aria dall'ottaedro, il fuoco dal tetraedro e infine il dodecaedro simboleggiava tutto l'universo.



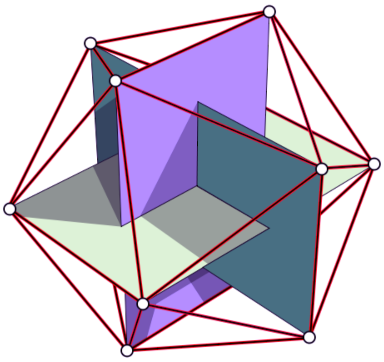
Matematici e artisti del Rinascimento studiarono questi solidi, anche perchè fin dai tempi di Euclide rimaneva un problema irrisolto: come costruire un icosaedro?



Una risposta venne data da Luca Pacioli, frate francescano e matematico vissuto nel 1500, autore di opere impreziosite da illustrazioni di Leonardo da Vinci (qui a fianco vedete i suoi disegni dell'icosaedro).

La tecnica di costruzione dell'icosaedro di Pacioli parte da un concetto che fin da tempi antichi è associato all'idea di perfezione: quello di rapporto aureo, chiamato da Pacioli "divina proporzione". Questo è una costante matematica che ha influenzato opere di grandi artisti, di pittori, scultori, musicisti in quanto considerata canone estetico per eccellenza.

Pacioli considera tre rettangoli aurei (che hanno cioè i lati in rapporto aureo: il rapporto tra i due lati è pari a $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$, il valore della costante) e li dispone perpendicolarmente tra loro. Collegando lati e vertici come mostrato in figura ottiene l'icosaedro.

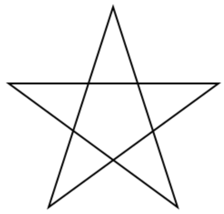


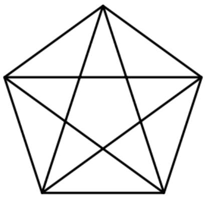
Grazie alla "divina proporzione" che lo caratterizza, l'icosaedro, assieme agli altri solidi platonici, rimanda all'idea di perfezione e armonia. Queste sono le caratteristiche che hanno affascinato e ispirato molti artisti, uno su tutti Escher, che spesso ha inserito questi poliedri in raffigurazioni fantastiche e simboliche. Sui solidi platonici affermava:
"Essi simbolizzano il desiderio di Armonia e di ordine dell'uomo, ma nello stesso tempo la loro perfezione desta in noi il senso della nostra impotenza. I poliedri regolari non sono invenzioni della mente umana perché esistevano molto tempo prima che l'uomo comparisse sulla scena".

Escher aveva proprio ragione: l'icosaedro fa parte della realtà da molto tempo. Ad esempio spesso i virus sono caratterizzati da un capside (cioè la loro struttura proteica) che assume la forma di un icosaedro.

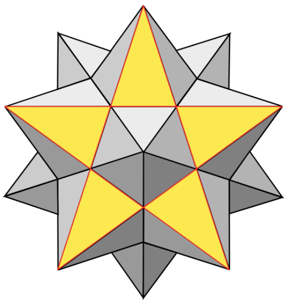
PICCOLO DODECAEDRO STELLATO

Il piccolo dodecaedro stellato fa parte dei "poliedri di Keplero", solidi non convessi che hanno lo stesso numero di facce che si incontrano in uno stesso vertice e che sono formate da pentagoni stellati (anche detti "pentagrammi"; qui a fianco ne è rappresentato uno).





Questi sono ottenuti prendendo come lati le diagonali di un pentagono regolare. Sono noti anche con il nome di "stelle pitagoriche" perchè questa figura era usata come simbolo della confraternita dei Pitagorici. La si ritrova anche nel Faust di Goethe, dove si scopre che nei cosiddetti secoli bui veniva usata per impaurire il diavolo, perché ha tante punte quante le lettere del nome "Jesus".



Il piccolo dodecaedro stellato è composto da 12 stelle pitagoriche che si intersecano in più punti, e ha 12 vertici e 30 spigoli. In ogni vertice si incontrano 5 pentagoni stellati.
È possibile immaginarlo anche come un dodecaedro sulle cui facce siano state aggiunte 12 piramidi a base pentagonale, ciascuna ottenuta chiudendo nello spazio una stella pitagorica.

Anche se la scoperta e lo studio di questo poliedro sono stati attribuiti a Keplero, esso era già noto ben prima del 1600: abbiamo infatti una sua bellissima rappresentazione in un intarsio marmoreo attribuito a Paolo Uccello (XV secolo) nel pavimento della basilica di San Marco, a Venezia.

Ma anche in epoche più recenti il piccolo dodecaedro stellato ha trovato un posto nell'arte, soprattutto nelle opere di Escher. Ad esempio, è sua una litografia dal titolo Gravitation (1952) in cui è appunto rappresentato questo poliedro, un po' anomalo, in quanto vi sono delle aperture da cui escono gli arti e le teste di dodici tartarughe che usano il solido come un guscio comune.

Forse questi artisti hanno scelto il piccolo dodecaedro stellato per la sua forma armoniosa. Questa non è frutto del caso: infatti, come accenato prima, questo poliedro si può costruire partendo dalla stella pitagorica ed è proprio come rapporto tra il suo lato e quello del pentagono regolare con gli stessi vertici che è stato introdotto per la prima volta il rapporto aureo. Questo è una delle costanti matematiche più antiche e importanti ed è fondamentale anche in architettura, in pittura, nella musica perchè è canone di perfezione estetica.

Bibliografia e sitografia

Nastro di Möbius:

- The Mobius Strip: Dr. August Mobius's Marvelous Band in Mathematics, Games, Literature, Art, Technology, and Cosmology; Clifford A. Pickover
- http://www.cs4fn.org/italiano/downloads/illusionismo.pdf
- http://utenti.quipo.it/base5/topologia/moebius.htm
- https://areeweb.polito.it/didattica/polymath/htmlS/argoment/Matematicae/Aprile_07/AnelliMobius.htm

Icosaedro regolare:

- http://webmath2.unito.it/paginepersonali/romagnoli/schede/icosaedro.pdf
- http://www.science.unitn.it/~andreatt/Muse2016.pdf
- http://www.leomajor.pn.it/joomlaold/images/stories/sito%20Archimede/documenti_poliedri/I%20POLIEDRI%20NELL'ARTE.pdf

Piccolo dodecaedro stellato:

- http://mathworld.wolfram.com/SmallStellatedDodecahedron.html
- http://www.matematita.it/personali/index.php?blog=6&cat=43
- http://www.piergiorgioodifreddi.it/wp-content/uploads/2011/10/gennaio2014.pdf
- http://www.sacred-geometry.es/?q=en/content/phi-sacred-solids
- http://www.piergiorgioodifreddi.it/wp-content/uploads/2011/10/gennaio2014.pdf