MATEMATICA NEI FILM E DIETRO AI FILM

Progetto di: Elisa Reghellin, Chiara Lotti, Giorgia Casagrande.

Per il nostro progetto abbiamo deciso di ideare un sito web che tratta della matematica presente in alcuni celebri film. Nelle prossime righe spiegheremo i motivi della nostra scelta e come abbiamo lavorato.

Premessa

- Scelta dell'argomento

L'argomento da noi affrontato è la matematica nel cinema e nei film.

Il cinema è uno dei più importanti mezzi di comunicazione di massa, ovvero uno di quegli strumenti che hanno lo scopo di produrre e diffondere messaggi indirizzati a un pubblico molto ampio e inclusivo, comprendente settori molto differenziati della popolazione. Infatti, essendo uno dei mass media, il cinema è mirato a catturare l'attenzione di tutti, dai più piccoli ai più grandi.

Anche i film che riguardano la matematica riescono a coinvolgere ed affascinare!
Anche se trattano di scoperte matematiche, di teoremi e teorie incomprensibili ai più, riescono ad attrarre moltissime persone attraverso le storie romanzate che vengono raccontate.

La matematica, nel senso comune, è vista come qualcosa di astratto e lontano. I film che ne parlano, spesso fanno capire che in realtà è molto vicina alla vita di tutti i giorni. Riescono a rendere consapevoli le persone del fatto che la matematica si trova in ogni ambito, anche in quelli più inaspettati!

Per i bambini i film possono non essere adeguati; ci sono però alcuni cartoni animati, come quelli di Paperino, che spiegano ai bambini in maniera molto semplificata alcuni concetti che affascinano (nonostante non siano capiti del tutto) e fanno nascere in loro molta curiosità per la materia.

Con il nostro progetto vogliamo sottolineare l'importanza della matematica, e soprattutto la sua concretezza nella vita di tutti i giorni.

- Scelta del mezzo comunicativo

La scelta del sito per lo svolgimento del nostro progetto non è casuale:

- Internet è un altro importante mezzo di comunicazione di massa, fa parte di quelli che vengono definiti new media - dispositivi basati sulle nuove tecnologie di comunicazione di rete.
- Quando una persona vuole trovare delle informazioni, la prima cosa che fa è cercare su internet.
- Un sito è qualcosa che rimane e che si può consultare ogni volta che si vuole e da dove si vuole.
- È inoltre molto pratico da consultare in ogni momento.

Per quanto riguarda il nostro progetto, un sito di questo tipo, che spiega i diversi argomenti trattati in un film sulla matematica, può essere molto comodo ed efficace per avere un riscontro diretto con quello di cui si parla, per capire e trovare risposte alle domande che possono sorgere spontanee nel momento in cui esso accenna a cose sconosciute o poco chiare ai meno esperti. Immagini e video collegati a opportune spiegazioni possono risultare efficienti per la comprensione e per stimolare maggiore l' interesse nelle persone.

Vogliamo invogliare le persone ad interessarsi agli argomenti; per questo abbiamo inserito immagini, video e spiegazioni scherzosi, tutto per mostrare il lato divertente della matematica.

In un sito come il nostro ci sono moltissimi link: questi sono comodi per fare collegamenti ma soprattutto risultano vantaggiosi nel momento in cui si è interessati solo a un certo argomento e si desidera approfondire solo quello. Se si e interessati solo ad una parte, il resto può essere tralasciato senza problemi: in ogni pagina vi è la spiegazione chiara e dettagliata di tutti gli argomenti trattati, non c'è niente che viene dato per scontato, in modo che tutti possano capire le parti fondamentali.

La suddivisione delle spiegazioni nei diversi link, favorisce inoltre un'analisi delle spiegazioni più scorrevole: una scrittura troppo compatta può scoraggiare le persone ad impegnarsi per comprendere gli argomenti e l'impatto visivo è troppo pesante. Il nostro sito vuole tenere in considerazione anche questi aspetti: se una persona è interessata ad un argomento, è bene che sia invogliata ad approfondirlo anche da una grafica ottimale.

Il nostro sito vuole anche essere disponibile a chiarimenti, commenti, richieste e correzioni.

- Obiettivo

La maggior parte delle persone pensa che la matematica non serva a nulla. Illustrando le spiegazioni degli argomenti trattati nei film, vorremmo far capire che non è così: la matematica serve, è indispensabile nella vita di tutti i giorni, ed è pure divertente!

Nel nostro sito presenteremo sia la matematica che possiamo trovare nei film sia quella che c'è "dietro" ai film .

Nella prima parte analizzeremo i film e spiegheremo poi gli argomenti matematici trattati; nella seconda approfondiremo l'utilizzo della matematica per creare personaggi ed effetti visivi speciali.

- Nota:

In alcune parti del progetto ci saranno screenshot di video presi da Windows Media Player. Essi stanno ad indicare che nel sito, al loro posto, ci sarà il video corrispondente.

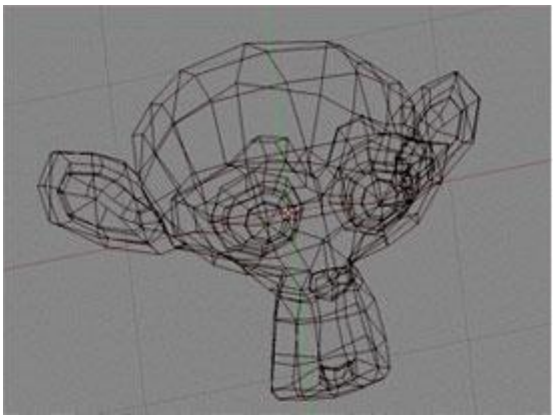
INDICE

La matematica dietro ai film

Tutti noi, guardando un film, rimaniamo incantati davanti alle incredibili e realistiche immagini generate al computer. Ciò di cui la maggior parte delle persone non si rende conto è che la realizzazione dei dinosauri di 'Jurassic Park' e delle meraviglie de 'Il Signore degli Anelli' - in particolare di Gollum - non sarebbero state possibili senza la matematica.

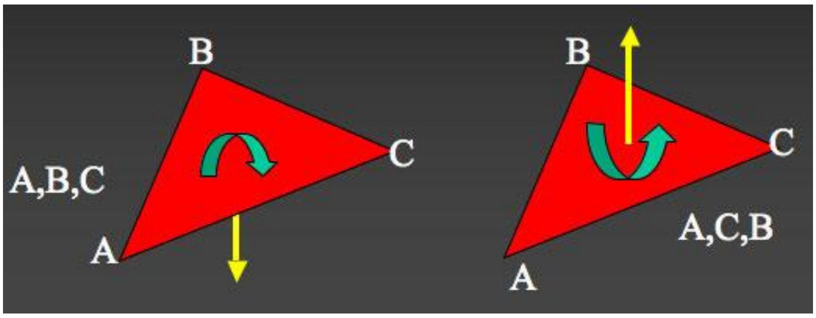
Ma come vengono realizzate queste incredibili immagini?

1. **Preparare la scena**



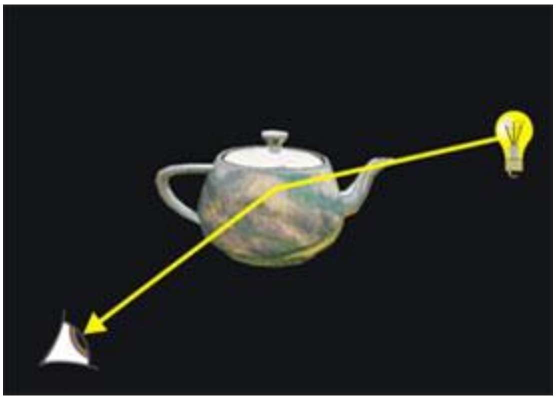
I primi oggetti vengono modellati come scheletri formati da semplici poligoni (per esempio triangoli)

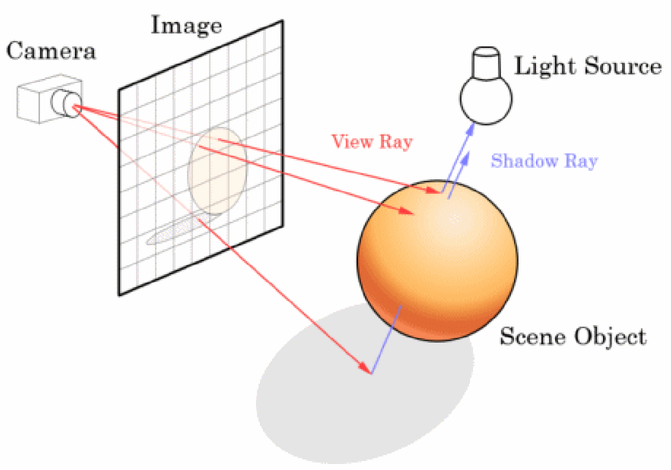
Il primo passo per creare un film generato con il computer è di creare i personaggi della storia e il mondo in cui vivono. Ognuno di questi oggetti è modellato come una superficie composta da poligoni attaccati l'uno all'altro (di solito sono triangoli). I vertici di ogni triangolo vengono salvati nella memoria del computer. È molto importante sapere quale faccia del triangolo è verso l'esterno e quale verso l'interno dell'oggetto o del personaggio.



La direzione normale del triangolo *(A,B,C)* è opposta a quella del triangolo *(A,C,B)*, come determinato dalla regola della mano destra

Ora che la superficie del nostro oggetto è una rete metallica di triangoli, siamo pronti per colorare ciascuno dei suoi componenti. Qui è importante catturare realisticamente l'illuminazione della scena che stiamo modellando, e questo viene fatto utilizzando un processo chiamato' ray tracing'. A partire dal nostro punto di vista, noi tracciamo raggi all'indietro verso l'oggetto e li lasciamo riflettere fuori da esso. Se il raggio dal nostro occhio riflette dalla faccia (uno dei nostri triangoli) ed interseca una sorgente luminosa, si ombreggia quella faccia in un colore luminoso in modo che appaia illuminata dalla sorgente luminosa. Se il raggio riflesso non incontra la sorgente luminosa, si sfuma quella faccia in un colore più scuro.





Per tracciare un raggio di ritorno verso una determinata faccia, abbiamo bisogno di descrivere la superficie matematicamente, e risolvere equazioni geometriche che coinvolgono il raggio e il piano descritto da tale faccia. Questo viene fatto utilizzando i vettori. Noi imponiamo un sistema di coordinate tridimensionale sulla nostra scena con l'origine - il punto (0,0,0) - posto al nostro punto di vista. Un vettore $v = (a, b, c)$ ora indica la freccia a partire dall'origine e termina al punto con coordinate *a, b* e *c*. Possiamo moltiplicare *v* per un numero, per esempio 2, secondo la regola

$$2v = 2(a, b, c) = (2a, 2b, 2c)$$

così adesso 2v è la freccia che punta nella stessa direzione, ma lunga il doppio.Ora guardate la espressione λ*v* dove λ è una variabile, cioè un qualsiasi numero reale. Ciò non indica più una freccia di una certa lunghezza, poiché la lunghezza è diventata variabile, ma solo la direzione della freccia. In altre parole, l'espressione descrive la linea che contiene il vettore. Esso descrive una linea retta - un raggio - che emana dall'origine - il nostro punto vista - nella direzione data dal vettore.

Il piano definito dalla nostra faccia triangolare può essere rappresentato da tre informazioni: la posizione di uno dei tre vertici, che chiameremo vertice a_1, insieme con i vettori che rappresentano la linea da a_1 al vertice a_2 e la linea da a_1 al vertice a_3.

Qui sotto si trovano le equazioni di un raggio che parte dal nostro occhio e del piano dato da una faccia. Per scoprire se e dove il raggio interseca la faccia e per calcolare l'equazione del raggio riflesso, dobbiamo risolvere le equazioni contenenti queste due espressioni.

Equazione di un raggio, dove λ è un numero reale e v è un vettore:

$$r = \lambda v$$

Equazione del piano definito da una faccia di vertici a_1, a_2 e a_3:

$$r = a_1 + \mu_1(a_2 - a_1) + \mu_2(a_3 - a_1)$$

Il Ray tracing può produrre scene realistiche, ma è molto lento. Questo è accettabile per la produzione di film generati dal computer, ma diventa un problema quando si ha bisogno di cambiare l'illuminazione in tempo reale, come ad esempio nei videogiochi. Fenomeni complessi come le ombre e riflessioni multiple sono difficili da modellare dinamicamente, e quindi vengono usati metodi matematici più sofisticati.

I giochi per computer come *Doom 3* e *Neverwinter nights* necessitano di un'illuminazione dinamica

2. Tutto ciò che serve è un po' di immaginazione

Una volta che la nostra scena è fissata, e illuminata, siamo ancora in attesa che il regista gridi "Azione!" ed che i nostri personaggi inizino a muoversi. Ora esamineremo la matematica che può portare le nostre immagini in vita.

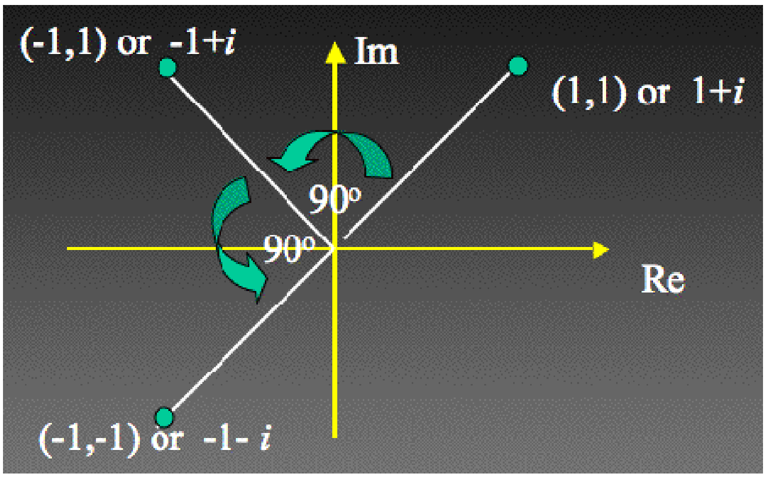
Uno dei movimenti più elementari che un oggetto può eseguire è una rotazione attorno ad un asse determinato e di un dato angolo. La geometria delle coordinate ci fornisce gli strumenti per calcolare la posizione di ogni punto dell'oggetto dopo che è stato ruotato, ma è importante che questi strumenti siano efficienti e veloci.

Per trovare questi strumenti, torniamo indietro nelle lezioni di matematica. Sappiamo che ci sono due radici quadrate di 25: +5 e -5, infatti $(+5)^2 = (-5)^2 = 25$. Ma qual è la radice quadrata di 25??? Per trovare la radice quadrata di un numero negativo, i matematici hanno dovuto creare un nuovo numero, chiamato *i* numero immaginario, dove $i^2=-1$. Quindi $(\pm 5i)^2=25\ i^2=-25$, e troviamo $\sqrt{-25}=\pm 5i$.

L'introduzione di i ha reso quindi possibile risolvere l'equazione $x^2=-1$ altrimenti considerata impossibile. Numeri della forma z=x+iy, chiamati numeri complessi, sono diventati uno strumento importante in matematica. Ma molte persone non furono contente con questo nuovo strano numero immaginario i.

Nel 1806 il matematico dilettante Jean-Robert Argand diede un'interpretazione geometrica dei numeri complessi e di i. Argand associò i numeri complessi con punti del piano con il numero reale 1 su un asse, e il numero immaginario sull'altro. Ad esempio, il numero 1+i corrisponde al punto (1,1).

Generalmente, un numero complesso a+ib corrisponde al punto (a,b).



Argand capì che la moltiplicazione di numeri complessi aveva un significato geometrico: la rotazione. Guardiamo cosa succede se moltiplichiamo 1+i (rappresentato da (1,1)), per i:

$$i(1+i) = i + i2 = i - 1 = -1 + i$$

che è rappresentato dal punto(-1,1), una rotazione di 90 gradi. Moltiplicando ancora per i abbiamo:

$$i(-1+i) = -i + i2 = -i - 1$$

che è il punto (-1,-1), quindi ancora una rotazione di 90 gradi.

Quindi moltiplicare per i è un modo per ruotare di 90 gradi. Infatti, ogni rotazione, non solo quella di 90 gradi, può essere realizzata usando la moltiplicazione per numeri complessi.

3. Passare al 3D

Il matematico Sir William Rowan Hamilton è forse il figlio più famoso del Trinity College di Dublino. Dedicò gli ultimi due decenni della sua vita alla ricerca di un modo per rappresentare rotazioni 3 dimensionali in modo analogo a quello dei numeri complessi che possono rappresentare rotazioni in due dimensioni.

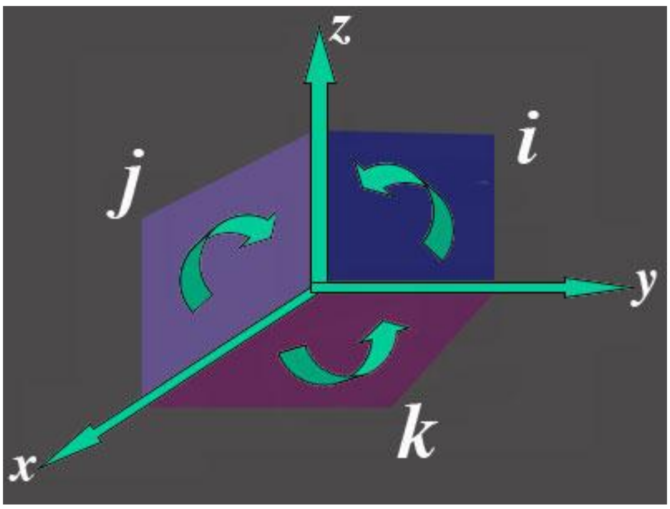
Verso la fine della sua vita Hamilton scoprì la risposta, sotto forma di qualcosa che chiamava quaternioni: numeri della forma

$$Q = a_0 + a_1 i + a_2 j + a_3 k$$

dove $i^2 = j^2 = k^2 = ijk = -1$ e a_0, a_1, a_2 e a_3 sono numeri reali.

Proprio come abbiamo fatto per i numeri complessi, possiamo descrivere i quaternioni geometricamente e usarli per rappresentare le rotazioni. Ma questa volta anziché rotazioni in due dimensioni, queste sono rotazioni nello spazio tridimensionale.

Per fare questo i, j e k individuano i piani elementari nello spazio tridimensionale: cioè *i* rappresenta il piano yz, *j* rappresenta il piano xz e *k* rappresenta il piano xy.



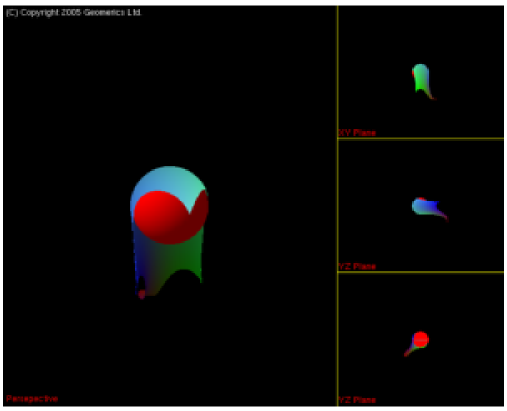
i, j e *k* possono essere geometricamente interpretati come versori dello spazio tridimensionale.

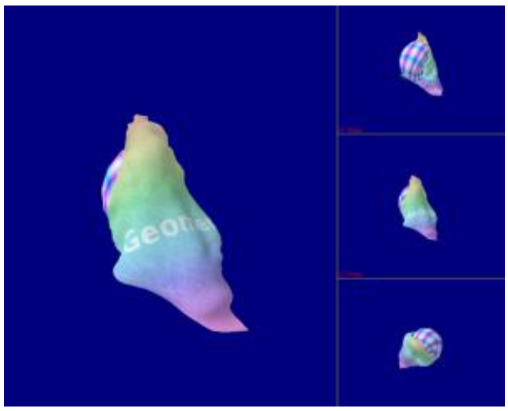
4. Animare le immagini(portare in vita le immagini)

L'invenzione di Hamilton è ora utilizzata in molte applicazioni grafiche per spostare gli oggetti o creare il movimento. Due dei più importanti strumenti della computer grafica sono le deformazioni e le interpolazioni. L'interpolazione e la tecnica del keyframing coinvolgono la forma iniziale e finale e la posizione iniziale e finale di un oggetto e lascia al computer l'elaborazione delle fasi di mezzo, come mostrato in figura.

La forma di una teiera che cambia gradualmente

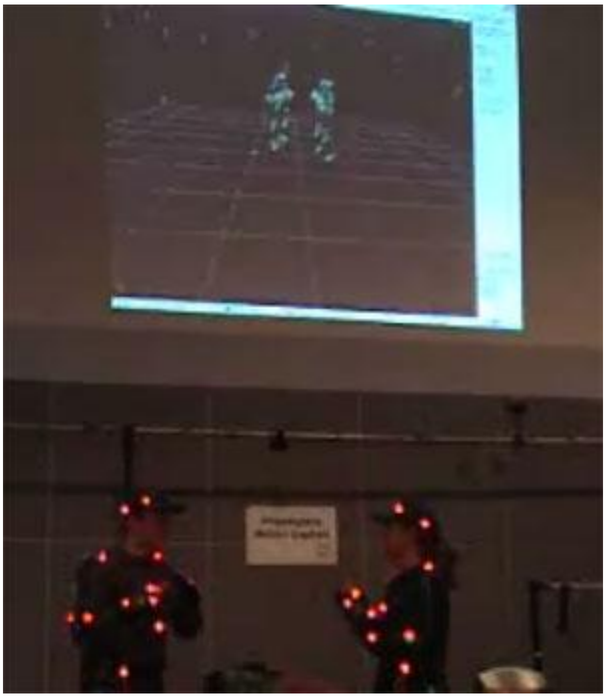
Le deformazioni sono un modo di creare oggetti complessi partendo da quelli più semplici. Un panno che cade su una sfera deformata, come in figura, può essere derivato matematicamente manipolando lo stesso scenario che coinvolge una sfera ordinaria. Entrambe le deformazioni e le interpolazioni richiedono tecniche matematiche veloci e stabili e i metodi basati sui quaternioni ce li forniscono .





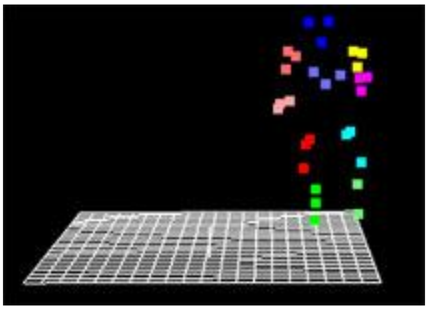
Un panno che cade su una sfera può essere modellato usando le leggi della fisica… e poi manipolato per dare un panno che cade su una sfera deformata

5. Rendere credibile Gollum

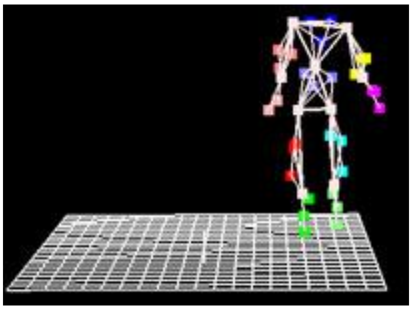


Le tecniche sopra descritte sono strumenti essenziali per l'animazione classica, ma quando vengono utilizzate per animare gli esseri umani non danno buoni risultati. Per creare movimento realistico, generalmente è richiesto il motion capture.

Molti personaggi, come Gollum dalla versione cinematografica de Il Signore degli Anelli, sono costruiti utilizzando il motion capture. Questo viene fatto attaccando dei sensori a persone reali in punti cardine del loro corpo - testa, spalle, gomiti, ginocchia, ecc. Gli individui sono filmati da più telecamere e posizioni dei sensori, che variano nel movimento sono memorizzate su un computer. Poi uno scheletro viene adattato ai dati tridimensionali. Infine, tutte le tecniche sopra descritte sono utilizzate per metter carne sulle ossa e creare un personaggio animato, che respira e si muove.



Vengono catturati i dati dai movimenti dei sensori attaccati alle diverse parti del corpo



... e matematicamente a questi dati viene adattato uno scheletro

La tecnica del motion capture è stata usata in tanti altri film, come per esempio..

’L’alba del pianeta delle scimmie’

’I pirati dei caraibi: la maledizione del forziere fantasma’

’Avatar’

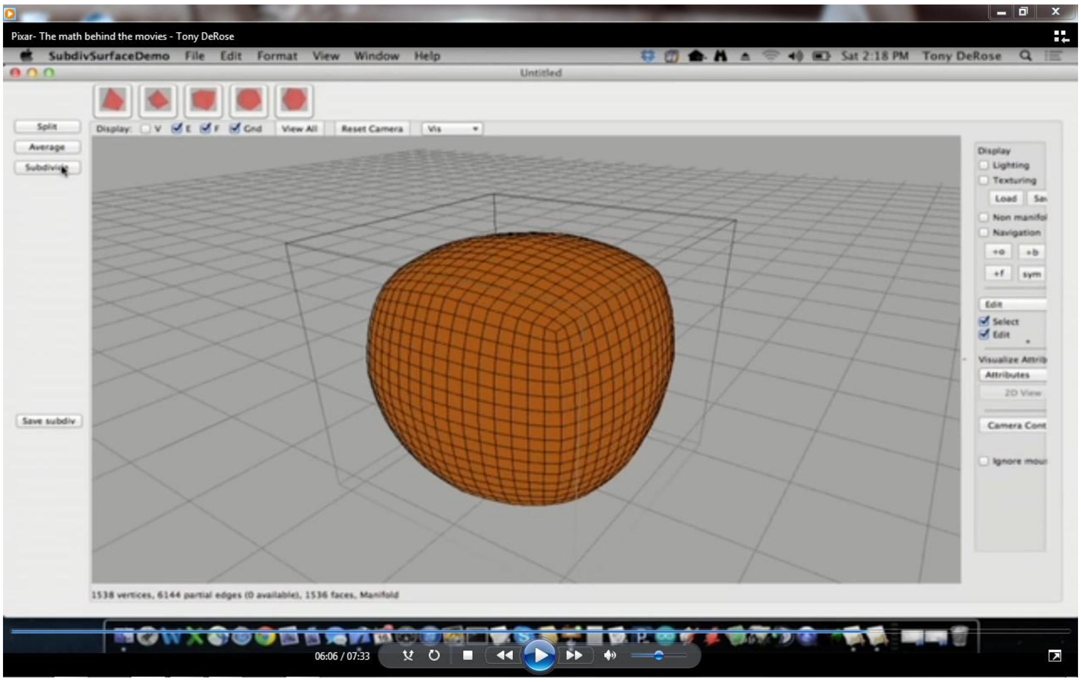
Se siete mai rimasti a guardare tutti i titoli di coda, sarete consapevoli del fatto che serve una grande varietà di talento creativo per fare un film di successo: scrittori, registi, attori, costumisti, costruttori ... l'elenco potrebbe continuare. Ma spesso manca un nome da quella lista - la matematica. Molti dei film di oggi non sarebbe possibile senza la geometria del ray tracing o i quaternioni..

La prossima volta che andrete al cinema per guardare un film, ricordatevi della matematica, la stella nascosta dello show.

PIXAR

Mentre artisti e disegnatori pensano per forme e immagini, i computer pensano per numeri ed equazioni: come facciamo a mettere in comunicazione due mondi così distanti?

Grazie alla geometria delle coordinate, cioè grazie ad un concetto matematico!



Come effettuo una traslazione? Sommando, cioè tramite un’addizione!

E come cambio le dimensioni di un oggetto? Tramite la moltiplicazione!

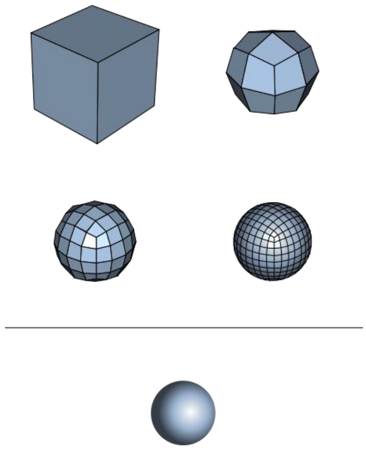
E come lo ruoto? In mio aiuto interviene la trigonometria!

Metodo delle superfici di suddivisione

"It's new mathematics inspired by the film industry." (Tony De Rose)

Tony DeRose è attualmente il capo del gruppo di ricerca alla Pixar Animation Studios.

Il suo contributo più importante di DeRose alla *computer animation* è legato a nuovi modi per generare rapidamente curve lisce con alta fedeltà. "E 'tutta una questione di trasformare forme complicate in una qualche forma con cui il computer avrà a che fare" afferma DeRose.



Per anni, sia nell'animazione che nei video games, questo significava mappare oggetti tridimensionali con figure planari o poligoni. Ma il problema con i poligoni è che guardando molto da vicino, si può vedere ognuno di loro - un problema fatale quando l'illusione dipende dall'ignorare i singoli fotogrammi e i pixel. La tendenza è stata è quella di sostituire i poligoni con parabole, superfici curve che sono continue a vari livelli sempre più dettagliati. Ma è ancora necessario definire queste curve rapidamente per soddisfare un numero finito di punti o piani.

Così i matematici hanno lavorato per sviluppare diversi metodi per generare rapidamente superfici curve e sempre più lisce. Questi metodi sono in genere chiamati 'superfici di suddivisione'

La prima volta in cui sono state utilizzate le superfici di suddivisione nella *computer animation*, è stata nel cortometraggio (vincitore del premio Oscar) della Pixar del 1997, *Il gioco di Geri*.

Il salto tra questo film e la precedente animazione basata sul sistema dei poligoni è sorprendente. DeRose ha adattato il suo lavoro accademico sul calcolo di piccole onde su superfici multidimensionali per creare un nuovo algoritmo che genera curve. E mentre è stato usato per la prima volta solo per risolvere i problemi particolarmente spinosi nell'animare i personaggi - la complessa forma del naso di un vecchio, la particolare trama e il movimento di un panno - è ora utilizzato per quasi ogni oggetto nei film della Pixar. Su *Gli Incredibili*: «Potreste essere sorpresi che l'edificio, le sue finestre, tutti i dettagli sono generati con le superfici di suddivisione," dice. Quello che era iniziato con un solo cortometraggio è diventato uno standard del settore.

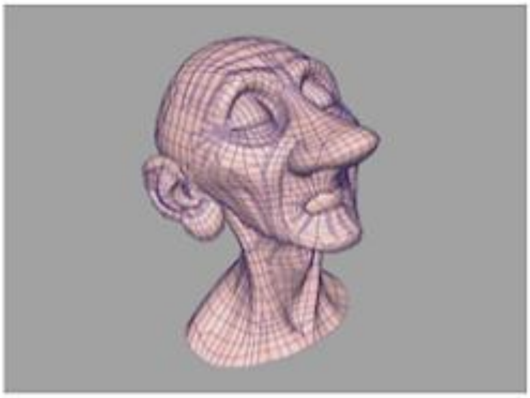


Figure 2: The control mesh for Geri's head, created by digitizing a full-scale model sculpted out of clay.

animated. As a case in point, considerable manual effort was required to hide the seams in the face of Woody, a principal character in *Toy Story*.

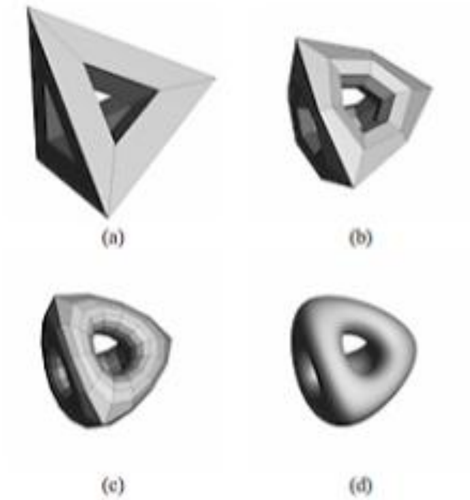


Figure 3: Recursive subdivision of a topologically complicated mesh: (a) the control mesh; (b) after one subdivision step; (c) after two subdivision steps; (d) the limit surface.

I MATEMATICI DELLA UCLA ANIMANO LA NEVE IN ‘FROZEN’

Una qualsiasi scena del film d’animazione “Frozen” mostra quello che i matematici della UCLA (Università della California, Los Angeles) hanno raggiunto lavorando con un gli ingegneri della Disney che si occupano di ingegneria del software per simulare il comportamento della neve.

Lontano dal freddo nord, nella soleggiata California, i matematici della UCLA hanno aiutato a creare quelle che sono senza dubbio le scene animate di neve più realistiche di sempre.

Joseph Teran e Craig Schroeder hanno lavorato come consulenti in un gruppo con tre ingegneri della Disney - Alexey Stomakhin, Andrew Selle and Lawrence Chai – per sviluppare un algoritmo basato sul ‘Metodo del punto materiale’ per creare delle simulazioni sul comportamento della neve.

Questo algoritmo, denominato “Matterhorn” (Cervino), è stato usato circa in 43 scene dove i personaggi interagiscono con la neve . Sono stati usati principi di ingegneria per produrre una vasta gamma di diversi tipi di neve, che includono anche grosse e polverose forme di materiale bianco, per simulare come si comporta le neve in diverse situazioni.

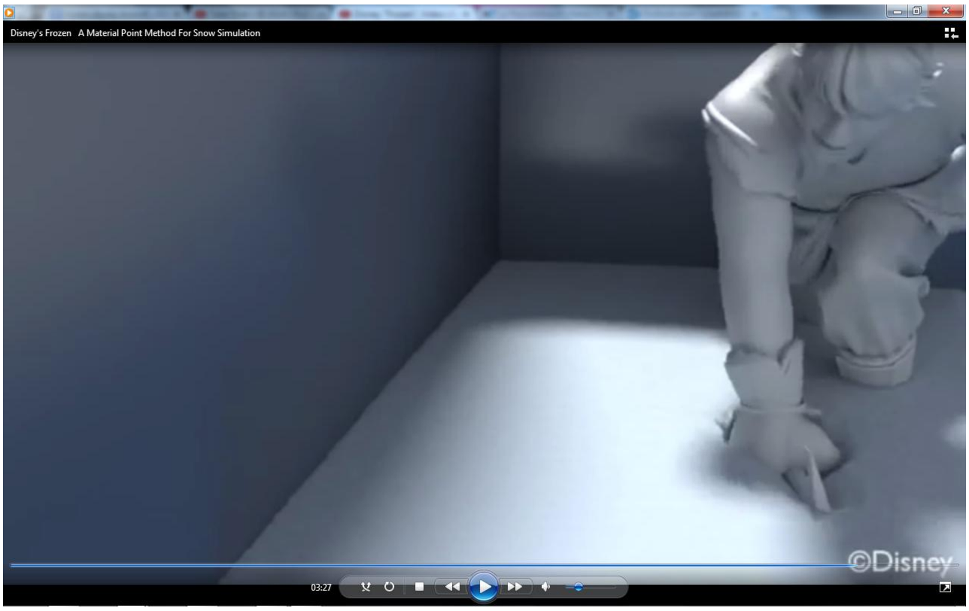
“La neve è un personaggio molto importante del film”, afferma Stomakhin, “Volevamo davvero che la gente credesse che fosse vera neve”.

Per far questo Teran e il suo gruppo hanno fatto alcune ricerche e hanno scoperto che un buon modello per ricreare la neve in computer grafica semplicemente non esisteva. Ma i ricercatori hanno pensato che questo metodo del punto materiale potesse essere adattato per ricreare la neve.

La neve si comporta diversamente dagli altri materiali. Se si comprime diventa più dura e compatta. Ma se si dilata si sgretola. Quindi per il modello è stato necessario prendere in considerazione tutti questi fattori.

Inizialmente il “Matterhorn” è stato usato per simulare la neve solo in paio di scene, ma l’algoritmo era in grado di creare una neve così realistica che gli artisti della Disney hanno finito per usarlo in molte più scene. L’hanno perfino usato per simulare lo sporco.

Simulazione di un personaggio che cammina nella neve



Simulazione di un personaggio che scava nella neve

Risultato finale

FILM

- 21
- A beautiful Mind
- A Hill on the Dark Side of the Moon
- Agorà
- Between the Folds
- Blaise Pascal
- Breaking the Code
- Cartesius
- Conceiving Ada
- Cube
- Cube 2: Hypercube
- Enigma
- Fermat’s Room
- Fermat's Last Tango
- Fermat's last theorem
- Flatlandia
- Galois Evariste
- Good Will Hunting
- I numeri dell’amore
- I signori della truffa
- Il codice da Vinci
- Infinity
- La forza della volontà
- Moebius
- N Is a Number: A Portrait of Paul Erdős
- Oxford Murders
- Pi il teorema del delirio
- Proof
- Raising Genius
- The bank
- The imitation game
- Travelling Salesman

AGORÀ

Trama

Nell'Alessandria d'Egitto del 391 dopo Cristo, la filosofa Ipazia, ultima erede della cultura antica e forse, in quanto donna, massima espressione di una lunga evoluzione civile e di una libertà di pensiero che non si rivedrà più fino all'epoca moderna, viene travolta dalla crisi di un mondo, quello pagano, che non ha saputo ripensarsi, trovandosi così impreparato di fronte al nascere - e presto al dilagare - di movimenti religiosi sempre più fanatici e intolleranti. Fra questi i "parabolani", la setta cristiana che arriva a distruggere la biblioteca del Serapeo, dove Ipazia lotta insieme ai suoi discepoli per salvare la saggezza del Mondo Antico. Tra questi ultimi, due uomini in lotta per il cuore della filosofa: l'arguto e privilegiato Oreste e Davo, il giovane schiavo di Ipazia, che è diviso tra l'amore segreto per lei e la libertà che potrebbe ottenere se si unisse alla rivolta ormai inarrestabile dei cristiani. Con ostilità implacabile, il vescovo Cirillo attacca senza sosta "l'eretica" Ipazia, fino a condannarla a morte.

Dati tecnici

GENERE: Avventura, Drammatico, Storico

ANNO: 2009

REGIA: Alejandro Amenábar

SCENEGGIATURA: Alejandro Amenábar, Mateo Gil

ATTORI: Rachel Weisz, Max Minghella, Oscar Isaac,Ashraf Barhoum, Michael Lonsdale, Rupert Evans,Homayoun Ershadi, Sami Samir, Richard Durden, Clint Dyer, Yousef 'Joe' Sweid, Amber Rose Revah, Manuel Cauchi, Harry Borg, Charles Thake, Omar Mostafa,Oshri Cohen

MUSICHE: Alejandro Amenábar

PRODUZIONE: Cinebiss, Himenóptero, Mod Producciones, Telecinco Cinema

DISTRIBUZIONE: Mikado

PAESE: Spagna, USA

DURATA: 127 Min

Biografia di Ipazia

Ipazia nacque ad Alessandria d'Egitto attorno al 370 d.c.. All'epoca Alessandria era uno dei centri culturali di maggior rilievo dell'Impero Romano. Grazie al padre Teone, matematico, astronomo e direttore del "Museion", la più famosa Accademia dell'antichità, Ipazia ricevette un'istruzione di prim'ordine in campo scientifico e filosofico. Studiò ad Atene e in Italia e all'età di 31 anni assunse la direzione della Scuola neoplatonica di Alessandria.

La sua opera più significativa è un commento in tredici volumi all'*Aritmetica* di Diofanto sullo studio delle equazioni indeterminate in cui presenta anche soluzioni alternative a vecchi problemi e ne propone di nuovi. Scrisse inoltre un commento in otto volumi a *Le coniche* di Apollonio di Pergamo in cui Ipazia inserì il *Corpus astronomico*, una raccolta di tavole astronomiche sui moti dei corpi celesti.
Assieme al padre scrisse un commento sull'*Almagesto* di Tolomeo.

Nel marzo del 415 un gruppo di cristiani si appostò per sorprenderla mentre faceva ritorno a casa. Fu portata in una chiesa e dopo esser stata torturata fu uccisa con dei cocci.

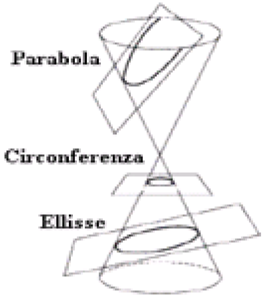
Contesto Storico

Nel 380 L'imperatore dell'impero romano Teodosio I promulgò l'Editto di Tessalonica, con il quale impose il Cristianesimo come religione di Stato. Negli anni successivi emise una serie di decreti, i cosiddetti decreti teodosiani, che permettevano le persecuzione dei pagani.

Nel 414 ad Alessandria ci furono violenze contro i cristiani ad opera di ebrei . Cirillo, vescovo e patriarca di Alessandria, reagì in modo molto duro, cacciando gli ebrei da Alessandria, trasformando in chiese le sinagoghe e attuando una persecuzione contro coloro che non erano cristiani. A sostegno di Cirillo intervennero un gran numero di monaci, i parabolani che formalmente erano degli infermieri ma di fatto costituivano la sua milizia personale.

Fu in questo clima che maturò l'omicidio di Ipazia. Dopo la sua uccisione fu aperta un'inchiesta. A Costantinopoli regnava di fatto la sorella del minorenne Teodosio II che era vicina alle posizioni del vescovo Il caso fu archiviato, sostiene Damascio, a seguito dell'avvenuta corruzione di funzionari imperiali. Egli era un filosofo pagano che un secolo dopo la morte di Ipazia ne scrisse una biografia che è oggi una delle fonti più importanti sulla scienziata alessandrina.

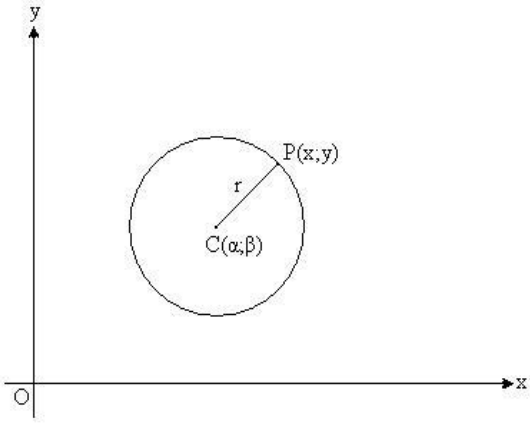
Le Coniche



Le coniche sono alcune figure geometriche (parabola, circonferenza, iperbole ed ellisse) introdotte dal matematico greco Apollonio nella sua opera "*Le coniche*".

Queste curve possono essere costruite intersecando un piano opportunamente angolato con un cono (vedi figura). Se il piano taglia il cono in orizzontale si forma una circonferenza; ruotando il piano si ottengono l'ellisse e la parabola fino ad arrivare all'iperbole quando il piano è verticale.

LA CIRCONFERENZA



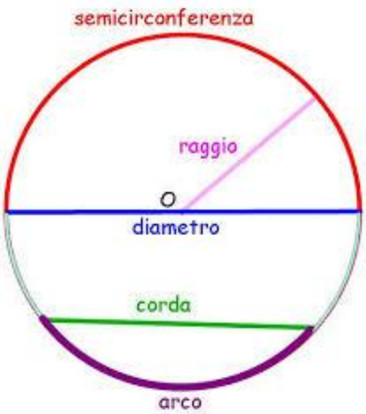
La circonferenza è l'insieme dei punti che hanno la stessa distanza da un punto C, detto centro. Si ottiene tagliando un cono con un piano perpendicolare al suo asse.

La distanza fra ognuno dei suoi punti e il centro è il raggio della circonferenza.

Se il centro ha coordinate (α;β) e il raggio misura r , allora l'equazione della circonferenza è

$$(x-\alpha)^2+(y-\beta)^2=r^2$$

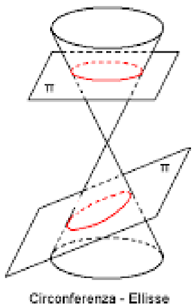
O, equivalentemente, $x^2+y^2+ax+by+c=0$



Il diametro corrisponde alla massima distanza esistente fra due punti della circonferenza e misura esattamente il doppio il doppio del raggio.

Una corda è un segmento che unisce due punti della circonferenza. Il diametro può essere visto come un arco che passa per il centro della circonferenza

Un arco è una parte di circonferenza compresa tra due punti.

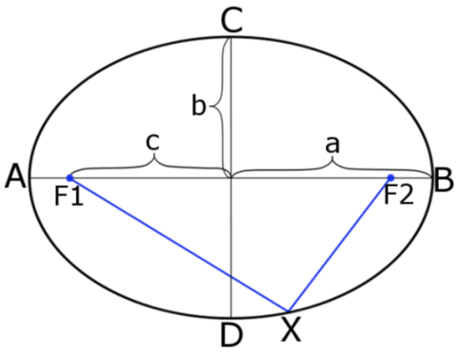


Una circonferenza nella "vita di tutti i giorni"

L'ELLISSE

L'ellisse è l'insieme di tutti i punti per i quali la somma delle distanze da due punti fissi (chiamati fuochi) non cambia. È molto simile al cerchio, ma in una direzione è più allungata.

Fissiamo due punti su un piano che chiameremo 'fuochi' F1 e F2. Prendiamo un altro punto X e calcoliamo le distanze tra questo e i due punti fissati (in blu nel disegno). Calcoliamo poi la somma delle distanze. Tutti i punti per i quali otteniamo il valore della somma uguale al primo, formano l'ellisse.

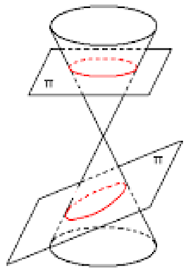


a e b vengono chiamati rispettivamente asse maggiore e asse minore.

F1 e F2 si chiamano fuochi

Coordinate fuochi: F1=(x_1, y_1) e F2=(x_2, y_2)

Somma delle distanze :PF1+PF2= 2a



Equazione: $\sqrt{(x-x_1)^2+(y-y_1)^2}+\sqrt{(x-x_2)^2+(y-y_2)^2}=2a$

Da cui si ricava: $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$

San Pietro vista dall'altro

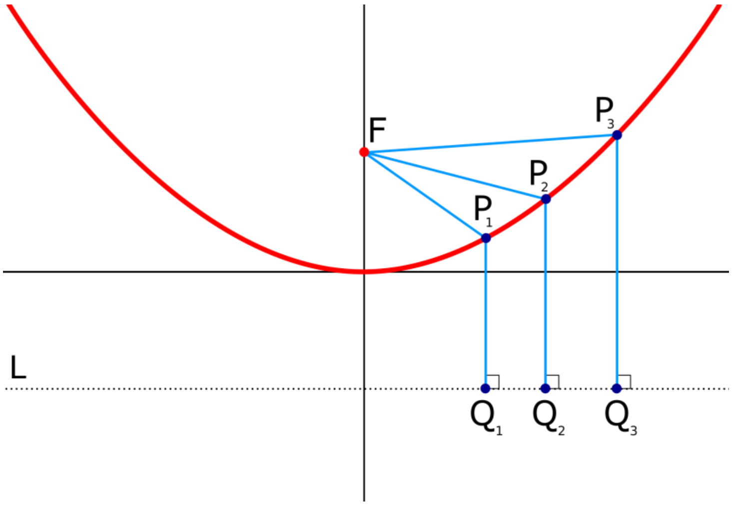
Il Colosseo

L'arena di Pompei

Simbolo di Batman

LA PARABOLA

Fissati una retta L, detta direttrice, e un punto F, detto fuoco, la parabola è l'insieme dei punti del piano che hanno ugual distanza dal fuoco e dalla direttrice.



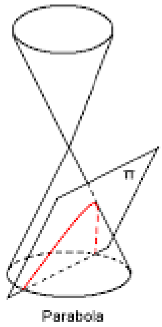
L'equazione della parabola è

$$y = ax^2 + bx + c$$

Con questa scrittura le coordinate del fuoco risultano essere $F = \left(-\frac{b}{2a}, \frac{1-\Delta}{4a}\right)$

dove $\Delta = b^2 - 4ac$

e l'equazione della direttrice $y = -\frac{1+\Delta}{4a}$



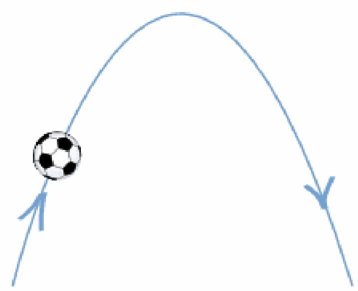
La retta che passa per il fuoco ed è perpendicolare alla direttrice è una retta molto particolare, poiché è un asse di simmetria per la parabola.

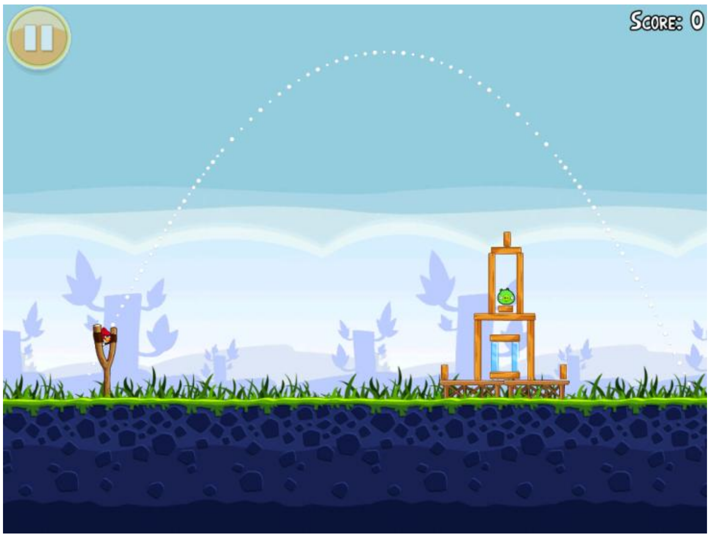
Questa retta ha equazione $x = -\frac{b}{2a}$

Il vertice è un punto d'intersezione dell'asse di simmetria con la parabola; le sue coordinate sono

$V = \left(-\frac{b}{2a}, -\frac{\Delta}{4a}\right)$

La parabola nella vita di tutti i giorni: la traiettoria di un pallone da calcio

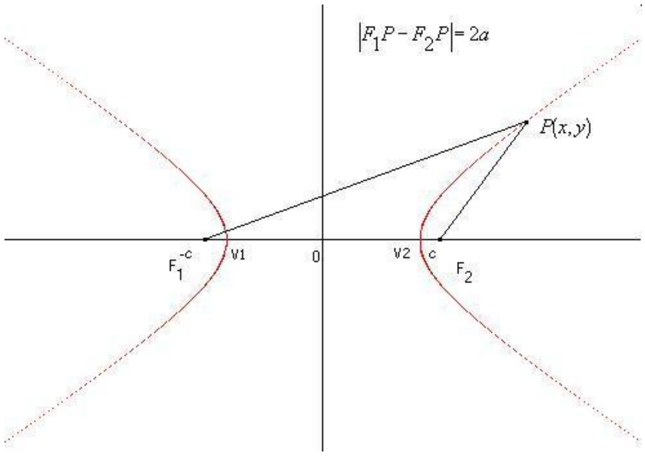




.. e quella degli Angry Birds

L'IPERBOLE

Fissati due punti F_1 e F_2, l'iperbole è l'insieme dei punti P che hanno costante $|\overline{PF_2} - \overline{PF_1}|$.

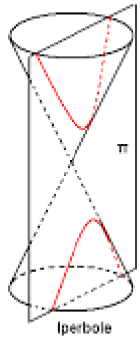


.. ovvero, fissato un punto P, calcolo la distanza di P dai due fuochi e ne calcolo la differenza; un'iperbole si ottiene prendendo tutti i punti che hanno questa differenza uguale.

La distanza tra i due fuochi, detta distanza focale, è indicata come 2c.

Il centro dell'iperbole è il punto medio del segmento che collega F_1 e F_2; nella figura corrisponde al punto (0,0).

Se i due fuochi appartengono all'asse x (come in figura) allora l'equazione dell'iperbole risulta essere



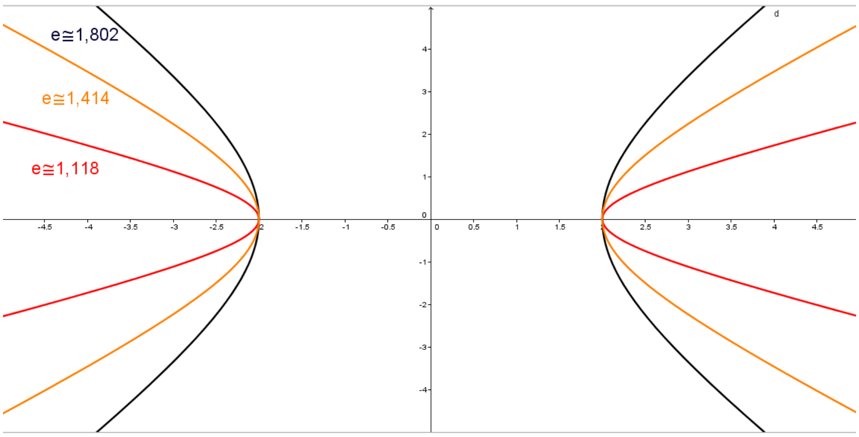
$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$

Un concetto molto importante è quello di eccentricità, che è definita come $e = \frac{\sqrt{a^2+b^2}}{a}$

Più aumenta l'eccentricità maggiore è l'apertura dei rami dell'iperbole. Ad esempio:

La parabola rossa è di equazione $\frac{x^2}{4} - y^2 = 1$. Perciò a=2, b=1 e

$e = \frac{\sqrt{2^2+1^2}}{2} = \frac{\sqrt{5}}{2} \approx 1{,}118$



La parabola arancione è di equazione $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{4} = 1$.

Perciò a=2, b=2 ed $e = \frac{\sqrt{2^2+2^2}}{2} = \sqrt{2} \approx 1{,}414$

La parabola blu è di equazione $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{9} = 1$. Perciò a=2, b=3 ed $e = \frac{\sqrt{2^2+3^2}}{2} = \frac{\sqrt{13}}{2} \approx 1{,}802$

Il profilo della Cattedrale di Brasilia è iperbolico!

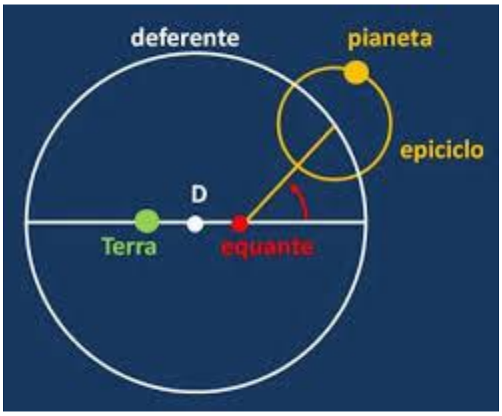
Astronomia

- Il matematico greco Eudosso attorno al 350 a.c. aveva proposto un suo modello cosmologico per ogni pianeta (all'epoca i "pianeti" erano considerati il Sole, la Luna, Mercurio, Venere, Marte, Giove e Saturno). Questo modello fu ripreso da Aristotele, che unificò i modelli di Eudosso in un unico modello, detto aristotelico, che vede i pianeti incastonati in sfere cristalline che ruotano di moto uniformemente circolare (il cerchio era visto come l'elemento più perfetto, in quanto senza inizio né fine)

- Claudio Tolomeo

Nel secondo secolo dopo Cristo, Tolomeo introdusse un nuovo modello che rimase in vigore fino alla rivoluzione copernicana.

Tolomeo separa i concetti di "uniforme" e di "circolare"; infatti i pianeti non compiono più un moto circolare uniforme attorno alla Terra (modello aristotelico) bensì compiono un moto circolare rispetto al centro (D in figura) e un moto uniforme rispetto al punto E, detto equante. Il modello perde il suo geocentrismo ma rimane geostatico.



- Aristarco, astronomo greco di formazione alessandrina, ha il merito di essere stato il primo a teorizzare un sistema eliocentrico in cui il Sole e le stelle fisse sono immobili mentre la Terra ruota attorno al Sole percorrendo una circonferenza.
  Questa teoria fu ampiamente criticata dai suoi contemporanei per il fatto che se la Terra fosse stata in movimento le stelle fisse avrebbero dovuto modificare la propria posizione nella volta celeste nel corso dell'anno, cosa che non avveniva. Egli spiegò la contraddizione sostenendo che la distanza tra la Terra e le stelle fisse fosse infinitamente maggiore del raggio dell'orbita annuale terrestre.
  Nonostante ciò il suo modello non venne preso in considerazione e venne definitivamente abbandonato 4 secoli dopo con l'avvento del sistema tolemaico.

  - Ipazia è una sostenitrice della teoria di Aristarco. Secondo alcuni storici ipotizzò addirittura che il moto della Terra fosse ellittico, con il Sole in uno dei due fuochi. Tuttavia venne brutalmente uccisa prima di poter divulgare la sua scoperta.

L’idea di un’orbita ellittica fu riproposta circa 1200 anni dopo da Johannes Kepler, conosciuto più come Keplero. Egli, nella celebre *Astronomia nova*, formulò le tre “leggi di Keplero” sul movimento dei pianeti. La prima legge afferma che “L'orbita descritta da ogni pianeta nel proprio moto di rivoluzione è un'ellisse di cui il Sole occupa uno dei due fuochi.”

… che è proprio quello che sosteneva Ipazia!

Questa teoria, assieme a quella di Niccolò Copernico e Galileo Galilei, porrà le basi per il modello cosmologico attuale.

IL CODICE DA VINCI

Trama

Per proteggere un segreto, a volte basta chiedere a chi lo custodisce di non rivelarlo. Ma se il segreto può far crollare 2.000 anni di dogmi consolidati, bisogna mettere a tacere i suoi depositari. Costasse anche la loro vita. Nel Museo del Louvre ha avuto luogo uno spettacolare omicidio. Tutti gli indizi fanno pensare ad una setta religiosa che non si ferma davanti a niente, pur di difendere una verità. Solo che la verità non può essere nascosta ancora a lungo e il mistero rischia di essere decodificato.

Dati tecnici

DATA USCITA: 19 maggio 2006

GENERE: Thriller

ANNO: 2006

REGIA: Ron Howard

ATTORI: Tom Hanks, Audrey Tautou, Ian McKellen, Paul Bettany, Jean Reno, Étienne Chicot, Alfred Molina, Clive Carter, Seth Gabel, Harry Taylor, Marie-Françoise Audollent, Christopher Fosh, Joe Grossi, Jean-Yves Berteloot, Daisy Doidge-Hill, Jean-Pierre Marielle, Jürgen Prochnow

MUSICHE: Hans Zimmer

PRODUZIONE: Columbia Pictures, Imagine Entertainment

DISTRIBUZIONE: Sony Pictures Releasing Italia

PAESE: USA

DURATA: 148 Min

Fibonacci

Leonardo Pisano detto il Fibonacci (1175-1250) fu un matematico pisano che ha il merito di aver introdotto numeri arabi in Italia e soprattutto perché nel 1202 individuò una serie che sarebbe diventata celebre sotto il nome di "serie di Fibonacci". Egli la elaborò per risolvere un problema pratico: quante coppie di conigli si ottengono in un anno da una sola coppia supponendo che produca ogni mese (tranne il primo) una nuova coppia che a sua volta diventa fertile a partire dal secondo mese?

Serie di Fibonacci

0 1 1 2 3 5 8 13 21 34 55 89 144

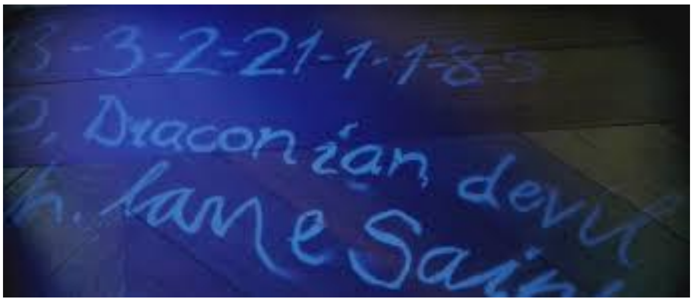
La serie di Fibonacci è una serie di numeri che hanno una particolare proprietà: ogni numero è uguale alla somma dei due numeri precedenti.

Ad esempio il terzo elemento, cioè 1, è dato dalla somma dei primi due (0+1=1); il quarto cioè 2 dalla somma del secondo e del terzo (1+1=2); il quinto (3) dalla somma del terzo (1) e quarto (2).

1 + 1 = 2 3 5 8 13 21 34 55 …

1 1 2 + 3 = 5 8 13 21 34 55 …

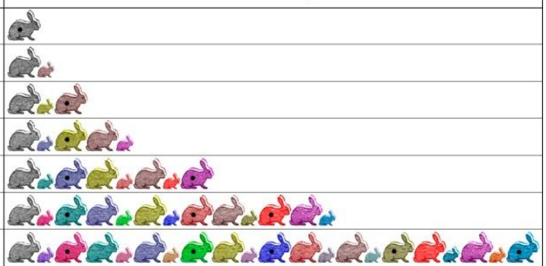
1 1 2 3 + 5 = 8 13 21 34 55 …



La serie nel film; nella prima immagine i numeri sono in ordine casuale, nella seconda nel loro vero ordine

La risposta di Fibonacci al problema sulla nascita dei conigli è: 144!

Egli riuscì a trovare questo risultato proprio grazie alla serie da lui scoperta.

Mesi	Coppie nate	Coppie adulte *	Totale coppie	Evoluzione nascite nei primi sei mesi
Inizio	0	1	1	
1°	1	1	2	
2°	1	2	3	
3°	2	3	5	
4°	3	5	8	
5°	5	8	13	
6°	8	13	21	
7°	13	21	34	
8°	21	34	55	
9°	34	55	89	
10°	55	89	144	
11°	89	144	233	
12°	144	233	377	
Totale coppie nate	376			

* Nella colonna "Coppie adulte" sono comprese sia le coppie adulte non ancora feconde (identificate nelle figure con un pallino nero), sia quelle adulte e feconde.

Sezione Aurea

I numeri di Fibonacci hanno un'altra caratteristica particolare: il rapporto tra un numero di Fibonacci e il precedente si avvicina sempre di più al numero **1.61803398874989…..**

8/5=1.6

13/8=1.625

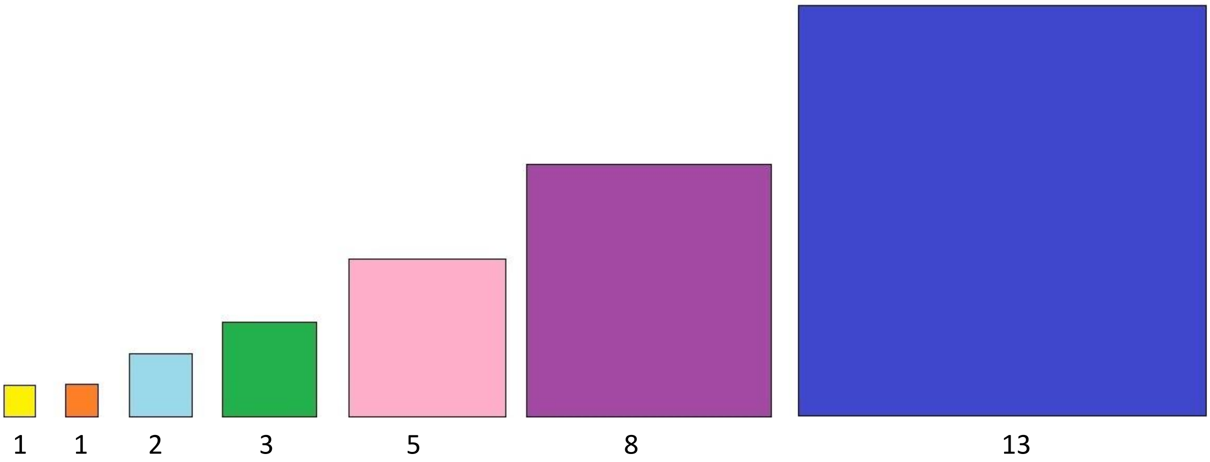
21/13=1.615834….

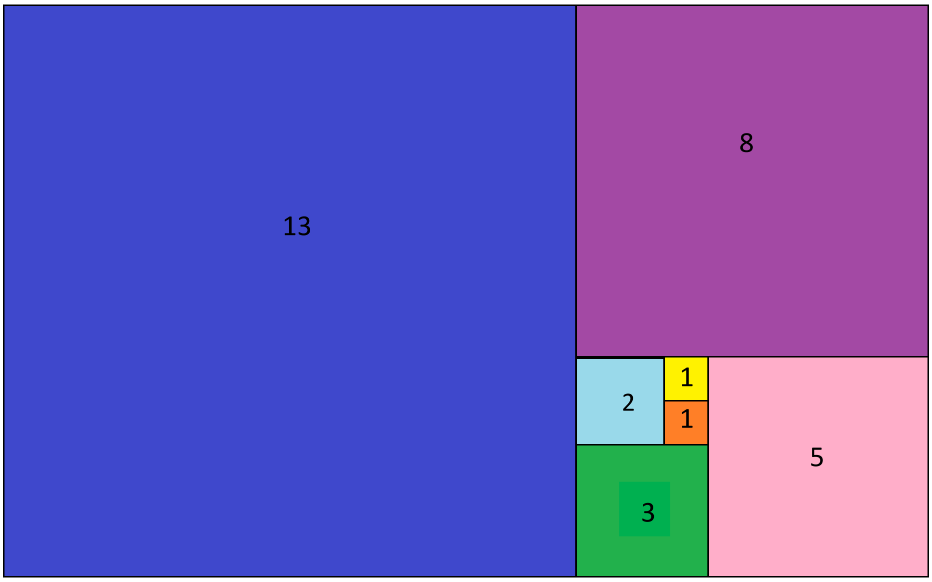
34/21=1.619047…

55/34=1.617647…

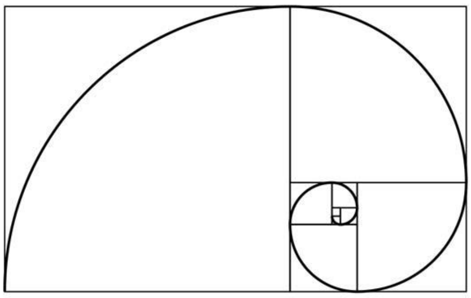
89/55=1.618182…

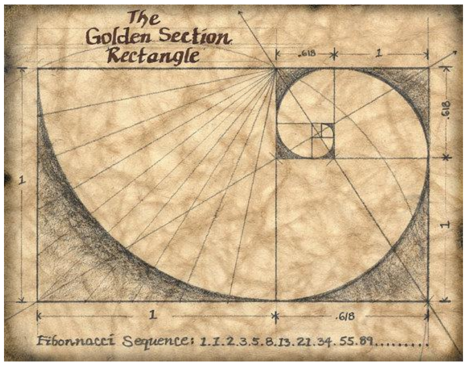
Questo numero è chiamato Sezione Aurea (o Numero Aureo). È conosciuto fino dall'antichità e veniva considerato la 'Proporzione Divina'. Parlando di questo numero non si può non citare il Rettangolo Aureo, che è un particolare tipo di rettangolo: infatti togliendo ad esso il quadrato che ha per lato il minore dei due, si ottiene un altro rettangolo più piccolo il cui rapporto tra i lati è uguale a quello di partenza.





Dentro questo rettangolo è possibile disegnare una spirale detta spirale di Fibonacci





A cosa servono?

<u>Musica</u>

La musica ha numerosi legami con la matematica, e molti ritengono che importante sia in essa il ruolo della sezione aurea e dei numeri di Fibonacci.

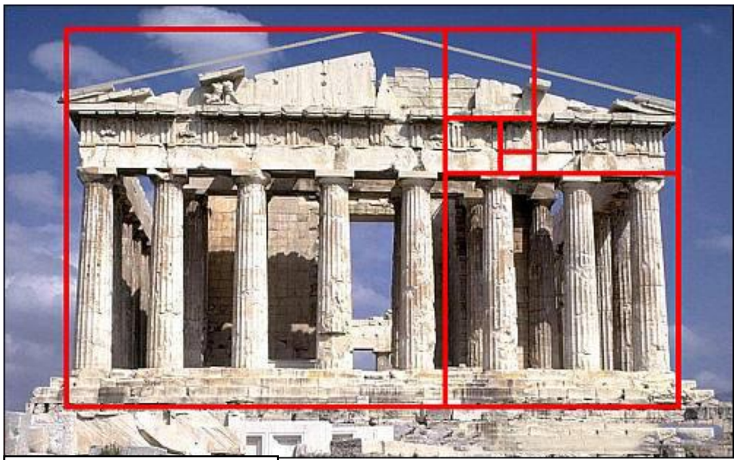
Sul piano compositivo, attraverso la serie di Fibonacci la sezione aurea può essere rapportata a qualsiasi unità di misura concernente la musica, cioè durata temporale di un brano, numero di note o di battute, etc.

Inoltre sono numeri ricorrenti negli strumenti: ad esempio, nel pianoforte i tredici tasti delle ottave, distinti in otto bianchi e cinque neri sono a loro volta divisi in gruppi da due e tre tasti ciascuno: 2, 3, 5, 8, 13

Architettura

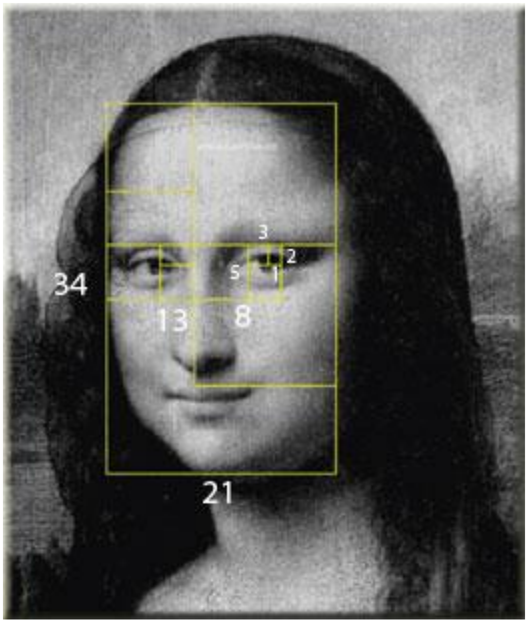
La sezione aurea ha un ruolo davvero importante nell’architettura.

Arco di Tito - Roma

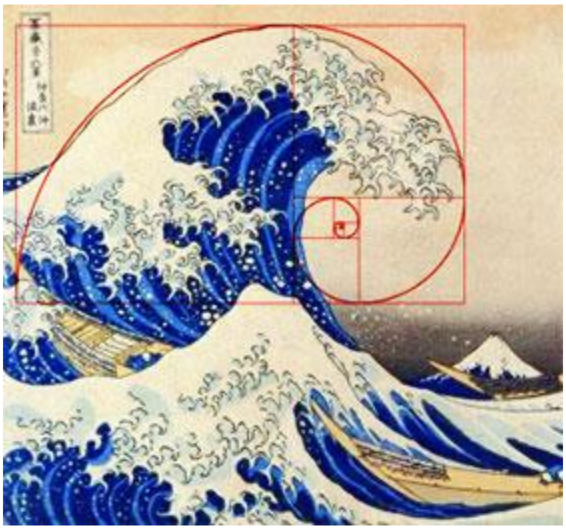


Partenone - Atene

Arte



La Gioconda – Leonardo da Vinci



La grande onda di Kanagawa - Katsushika Hokusai

In natura

- Conchiglia del nautilo

- Ananas

Le scaglie che caratterizzano la scorza dell'ananas sono disposte in linee curve: alcune linee partono dalla base dell'ananas per arrivare alla corona, altre linee intersecano trasversalmente le prime. Il numero delle linee per ciascuna delle due direzioni corrisponde sempre a una coppia della sequenza di Fibonacci, ricreando, in natura, il rapporto dato dalla sezione aurea. I due numeri variano da specie a specie (solitamente 5 e 8 o 8 e 13), ma da uno studio effettuato su oltre 2000 esemplari di ananas non è stata trovata alcuna eccezione: la cosiddetta proporzione divina era sempre rispettata.

- La Serie Floreale di Fibonacci

Zantedeschia

Chiamata comunemente Calla, è una pianta sempreverde di grandi dimensioni, foglie basali largamente sagittate, con lunghi piccioli e infiorescenze primaverili, solitarie, di colore bianco. Il suo nome deriva da Giovanni Zantedeschi, medico e botanico italiano. È generalmente usata come pianta ornamentale per decorare i bordi di vasche, laghetti, corsi d'acqua poco profondi.

Spathiphyllum

Pianta tropicale dalla forma elegante, che raggiunge il metro di altezza, con i fiori riuniti in uno spadice avvolto in una spata bianca o verdastra. La sua particolarità è la totale mancanza di fusto.
È usata come pianta ornamentale in vaso negli appartamenti.

Euphorbia

Il suo nome viene dal greco nome personale Εὔφορβος, Éuphorbos, medico greco. Il genere è diffuso principalmente nelle regioni tropicali dell'Africa e dell'America, ma anche nelle zone dal clima temperato. Alcune specie sono tipiche della macchia mediterranea. Le specie succulente sono originarie principalmente dell'Africa e del Madagascar.

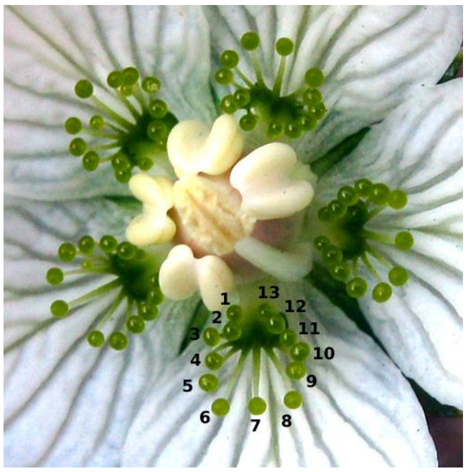
Bouganvillea

La pianta fu scoperta nel 1768 in Brasile dal botanico francese Philibert Commerson e fu più tardi così nominata in onore di Louis Antoine de Bougainville, l'esploratore francese che era a capo di quella spedizione.

I fiori hanno forma pentagonale, quindi richiamano il 5 che è il successivo numero di Fibonacci.

Parnassia

E' un fiorellino bianco alpino frequente vicino ai ruscelli e alle zone umide. La parnassia ricorda anche i successivi numeri di Fibonacci, l'8 e il 13. Infatti i suoi 5 petali sono percorsi da nervature che li dividono a volte in 8 parti. Inoltre ha 5 grappoli formati a volte da 13 stimmi ciascuno



Cosmos

É originaria del Messico, ma si può trovare anche in Arizona, in America Centrale e Sud America fino al Paraguay.

Euryops pectinatus

Appartiene alla famiglia delle Asteracee ed è originaria del Sud Africa. È conosciuta anche col nome di margherita dorata o margherita gialla.

È ampiamente usata come pianta da giardino, in particolare nelle zone urbane grazie alla sua resistenza.

Leucanthemum

È la classica margherita dei prati, bianca, con il fiore a 21 petali.

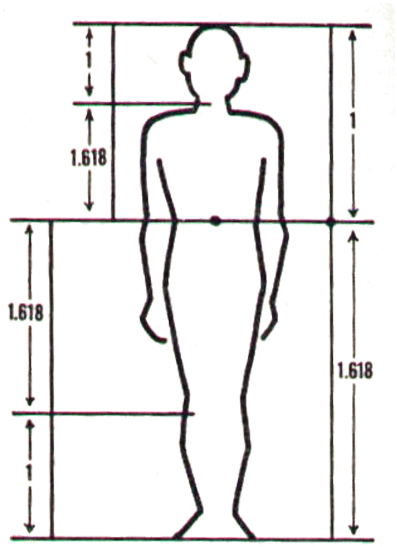
Il suo nome deriva da due parole greche λευκός ” (bianco) e ἄνθεμον (fiore) .

Girasole comune

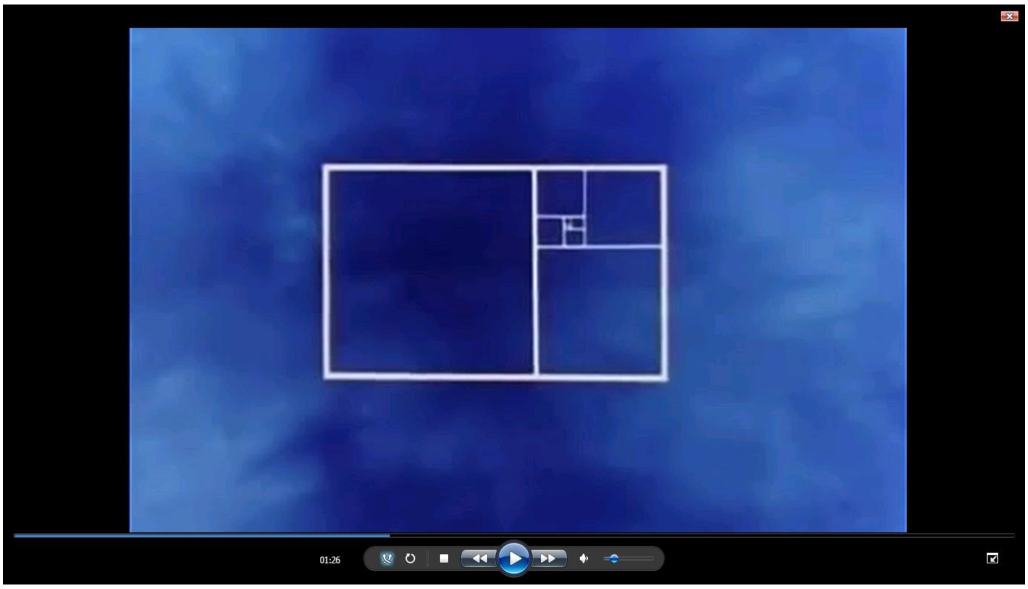
Il nome generico (Helianthus) deriva da due parole greche helios (sole) e anthos (fiore) in riferimento alla tendenza di questa pianta a girare sempre in direzione del sole. Anche il nome comune italiano (Girasole) richiama questa sua caratteristica.

Anatomia Aurea

Molti studi hanno dimostrato che la preferenza per le donne con tale rapporto fianchi/vita, non dipende da canoni sociali e culturali ma bensì da fattori di tipo biologico; in particolare sono più apprezzate quelle con un rapporto prossimo al numero aureo. È l'istinto a ritenere che tale rapporto identifichi nella donna un maggiore equilibrio ormonale e una maggiore fertilità, quindi una maggiore capacità di procreare individui sani e forti.
Le famose misure "perfette" 90 – 60 – 90 delle attrici rispecchiano molto bene questa caratteristica, il rapporto 90/60 è uguale a 1,50 che è una buona approssimazione di 1,618. La sezione aurea porterebbe le misure a 97 – 60 – 97 presumibilmente ancora più belle ($97 \approx 60 \times 1{,}618$)

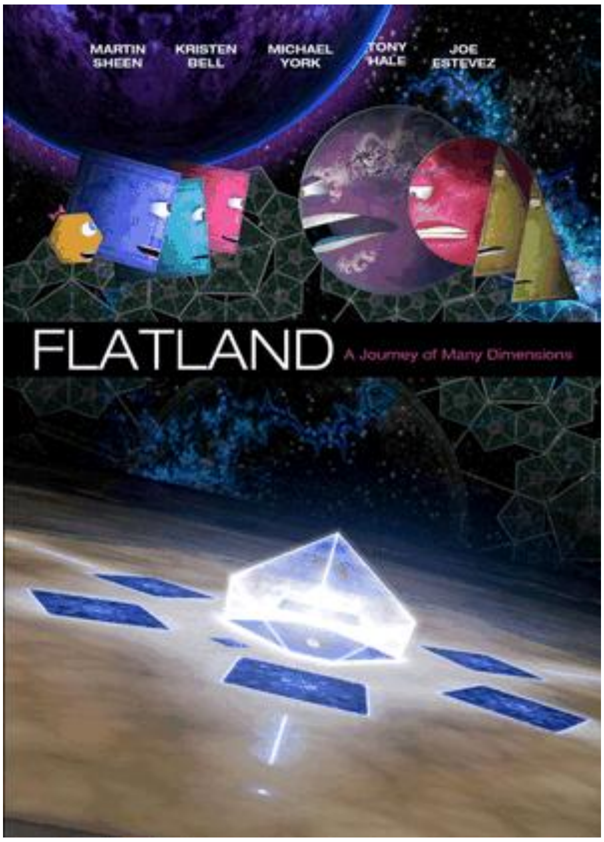


Come numero aureo, anche il rapporto tra statura e altezza ell'ombelico sembra essere molto diffuso.
Altri famosi rapporti aurei presenti nel corpo umano sono:
- Lunghezza del braccio e distanza gomito mano
- Distanza anca-malleolo (gamba) e distanza anca-ginocchio
- Distanza spalle - ombelico e distanza spalle- fronte
- Rapporto delle falangi dell'anulare e del medio della mano



FLATLANDIA

Trama



Flatlandia è un mondo bidimensionale, in cui vivono tutte le figure piane, tra cui il protagonista Arthur Square, un quadrato. Arthur comincerà un viaggio che lo porterà nel mondo zero dimensionale, in quello unidimensionale e alla fine scoprirà l'esistenza della tridimensionalità. Ma a Flatlandia la terza dimensione è considerata un'eresia, e quindi si troverà a dover scegliere: rimanere al sicuro nel suo mondo o seguire la novità della terza dimensione?

Dati tecnici

GENERE: animazione, fantastico

ANNO: 2007

REGIA: Jeffrey Travis, Dano Johnson

SCENEGGIATURA: Seth Caplan, Dano Johnson, Jeffrey Travis

ATTORI (voci) : Kristen Bell, Lee Eddy, Joe Estevez, Tony Hale , Curtis Luciani, Shannon McCormick , T. Lynn Mikeska, Robert Murphy, Garry Peters, Martin Sheen, Danu Uribe, Michael York

MUSICHE: Kaz Boyle

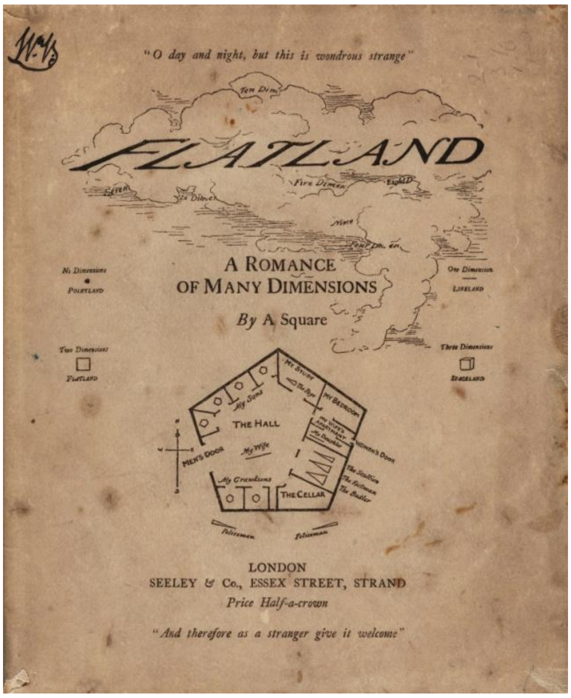
PRODUZIONE: Cinebiss, Himenóptero, Mod Producciones, Telecinco Cinema

DISTRIBUZIONE: Flat World Productions

PAESE: USA

DURATA: 34 Min

Libro



Il film è stato tratto da un classico inglese, Flatlandia: Racconto fantastico a più dimensioni di Edwin Abbott.

Questo libro è stato visto come critica alla società vittoriana contemporanea ad Abbott.
Infatti Abbott descrive una società rigidamente divisa in classi, in cui non è possibile cambiare il proprio stato sociale, anche se apparentemente lo è.
Non c'è libertà di parola: le leggi sono stabilite dai Cerchi e chiunque altro tenti di avanzare altre proposte viene dichiarato pericoloso ed è imprigionato.

Inoltre c'è una forte critica al concetto vittoriano sul ruolo delle donne, ritenute inferiori agli uomini e prive di qualsiasi acume intellettuale.

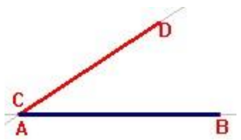
Segmento

Un segmento è una parte di retta delimitata da due punti, detti estremi.

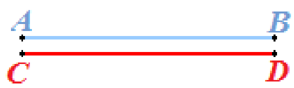
Se i due estremi si trovano su una curva, il segmento è detto *corda*; se corrispondono ai vertici di un poligono, è detto *lato*.

Il segmento, generalmente, si indica con due lettere maiuscole dell'alfabeto italiano, poste agli estremi. Essendo una linea, si può indicare anche con una lettera minuscola posta fra i due estremi.

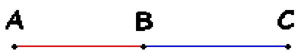
<u>Denominazione in base alle caratteristiche</u>:



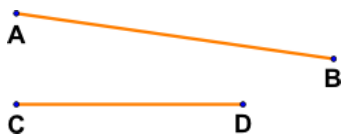
- Due segmenti sono *consecutivi* se hanno un estremo in comune e nessun altro punto (A=C→AB e CD).



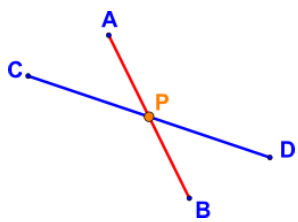
- Due segmenti si dicono *congruenti* se si possono sovrapporre in modo che coincidano punto per punto (A=C,B=D→AB=CD).



  - Due segmenti consecutivi sono *adiacenti* se appartengono alla stessa retta e hanno un estremo in comune.

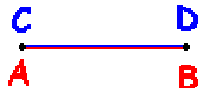


  - Due segmenti sono *esterni* se non hanno punti in comune.



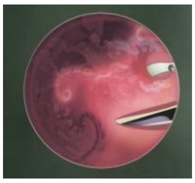
  - Due segmenti si dicono *incidenti* quando hanno un solo punto in comune, detto di intersezione, tale non è estremo per entrambi.

- Due segmenti si dicono *coincidenti* se hanno entrambi gli estremi in comune.



- Due segmenti sono *sovrapposti* se hanno un estremo in comune e tutti i punti di uno (quello minore) sono in comune con i punti dell'altro segmento.

FIGURE PIANE



1. Cerchio

Figura delimitata da una circonferenza.

2. Triangolo

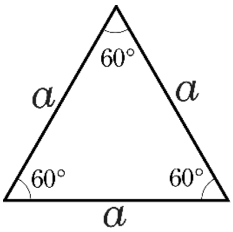
Il triangolo è un poligono formato da tre angoli e da tre lati (il numero minimo per delimitare una superficie chiusa).

<u>Caratteristiche</u>:

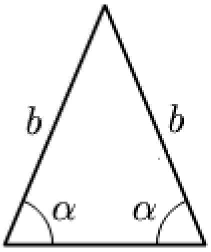
- Assegnate le lunghezze dei lati sono univocamente determinati anche gli angoli;
- È sempre circoscrivibile in una circonferenza e per questo non serve richiedere regolarità (per tre punti passa sempre una sola circonferenza);
- La somma degli angoli interni è sempre 180°;
- La somma di due lati deve essere sempre maggiore del terzo lato e la differenza sempre minore o uguale al terzo.

<u>Classificazione</u>:

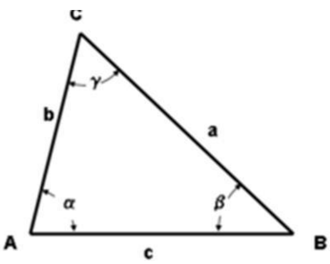
- In base alla lunghezza dei lati:
  - *Equilatero*: tutti e tre i lati sono uguali. Può essere anche chiamato equiangolo, I tre angoli misurano tutti 60°.



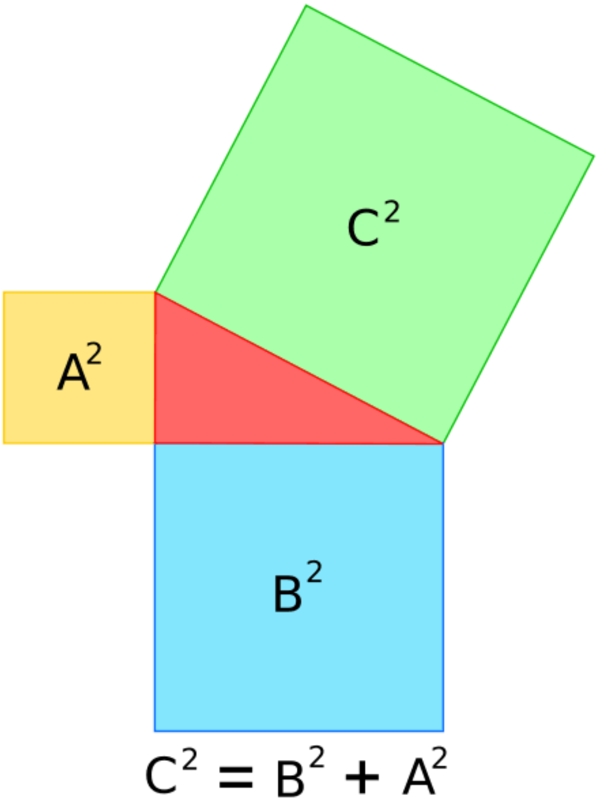
  - *Isoscele*: due lati uguali e due angoli con la stessa ampiezza.



  - *Scaleno*: lati e angoli diversi tra loro.



- In base all'ampiezza degli angoli:
  - *Acutangolo*: angoli minori di 90°;
  - *Rettangolo*: un angolo di 90°;
  - *Ottusangolo*: un angolo maggiore di 90°.



Teorema di Pitagora: (teorema applicabile solo ai triangoli rettangoli).

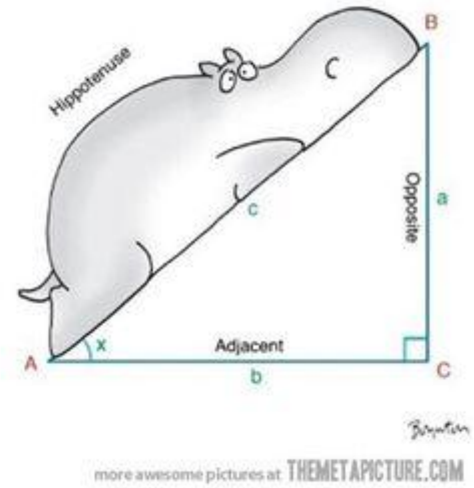
> *"In un triangolo rettangolo, il quadrato costruito sull'ipotenusa è sempre equivalente alla somma dei quadrati costruiti sui cateti".*

Dato un triangolo rettangolo di lati *a*, *b* e *c*, ed indicando con *c* la sua ipotenusa e con *a* e *b* i suoi cateti, il teorema è espresso dall'equazione:

$$a^2 + b^2 = c^2$$

o, in alternativa, risolvendolo per *c*:

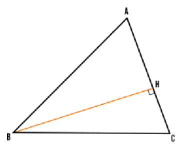
$$\sqrt{a^2 + b^2} = c$$



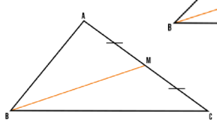
Se la terna è costituita da numeri interi essa si chiama terna pitagorica.

Inversamente, ogni triangolo in cui i tre lati verificano questa proprietà è rettangolo.

Segmenti importanti

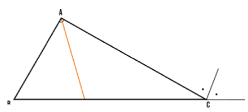


altezza: segmento che congiunge un vertice con il lato opposto all'angolo e tale da essere perpendicolare al lato stesso;

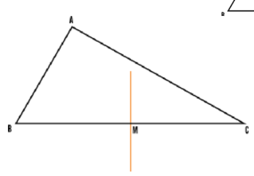


mediana: segmento che congiunge un vertice al punto medio del lato opposto;

bisettrice: segmento che congiunge il vertice dell'angolo al lato opposto ad esso e che divide l'angolo in due parti uguali;



asse: segmento che è perpendicolare al lato e lo divide in due parti uguali.



Punti notevoli

Ad ogni triangolo sono associati vari punti che lo caratterizzano:

- *ortocentro*: intersezione delle altezze;
- *baricentro*: intersezione delle mediane;
- *incentro*: intersezione delle tre bisettrici;
- *circocentro*: intersezione dei suoi tre assi, ovvero il centro della circonferenza circoscritta;

Formule:

Area di un triangolo:

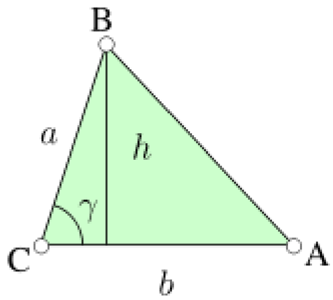
$$A = \frac{bh}{2}$$

dove b è la base e h l'altezza ad essa relativa, perché il triangolo va visto come la metà di un parallelogramma di base b e altezza h.

Alternativamente l'area del triangolo può essere calcolata con

$$A = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

dove a,b e c sono i lati e p il semiperimetro (Formula di Erone).



L'area di un triangolo può essere trovata per via trigonometrica.

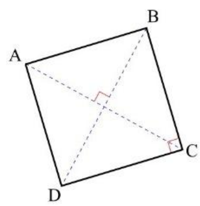
Altezza $h = asin\gamma$.

$A = \frac{1}{2}absin\gamma$

L'area di un triangolo è quindi anche uguale al semiprodotto di due lati per il seno dell'angolo compreso.

3. Quadrato

Il quadrato è un quadrilatero regolare, cioè un poligono con quattro lati congruenti e quattro angoli uguali che misurano 90°.



Il quadrato è un caso particolare di rombo (in quanto ha tutti e quattro i lati uguali) e di rettangolo (in quanto ha quattro angoli uguali) quindi è un caso particolare di parallelogramma (in quanto ha i lati a due a due paralleli).

Caratteristiche:

- Le *diagonali d* di un quadrato sono uguali e perpendicolari, il loro punto di intersezione le divide a metà e misurano

$$d = \sqrt{2} * lato$$

Questa formula si dimostra con il teorema di Pitagora. Ciascuna diagonale, infatti, divide il quadrato in due triangoli rettangoli:

$$AC = \sqrt{AD^2 + CD^2} = \sqrt{l^2 + l^2} = \sqrt{2}l\ .$$

- Il *perimetro p* di un quadrato, visto che ha tutti i lati uguali, misura:

$$p = l * 4$$

- L'*area* A di un quadrato, visto che l'altezza e la base sono uguali, misura:

$$A = l^2$$

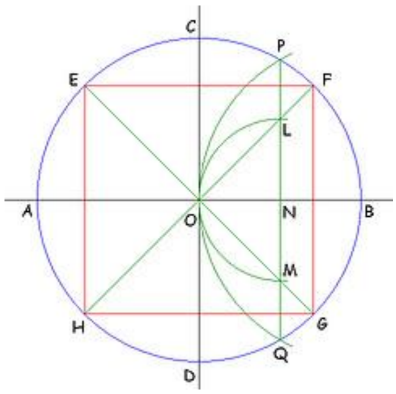
  ma si può calcolare anche come

  $A = \frac{d^2}{2}$ (per il teorema di Pitagora).

- Il quadrato possiede 4 *assi di simmetria*: 2 passanti per una coppia di vertici opposti e 2 passanti per una coppia di punti medi dei lati.

- Il *centro* del quadrato è il punto di intersezione delle due diagonali; è centro di simmetria di rotazione e di simmetria centrale per il quadrato.

<u>Costruzione</u>:



Un quadrato può essere inscritto in una circonferenza con riga e compasso.

NB: Eseguire una costruzione con riga e compasso significa tracciare segmenti ed angoli servendosi esclusivamente di una riga e di un compasso idealizzati, ossia non graduati, senza quindi la possibilità di far riferimento alle tacche della riga per prendere misure o di ripetere una data apertura che il compasso aveva avuto in precedenza.

<u>Il procedimento</u>:

Disegnare un segmento di lunghezza a scelta (OB).

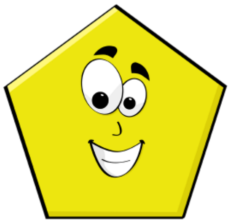
Aprire il compasso in modo tale che l'ampiezza risulti uguale alla lunghezza del segmento.

Posizionare la punta del compasso ad un estremo del segmento (punto O) e disegnare una circonferenza.

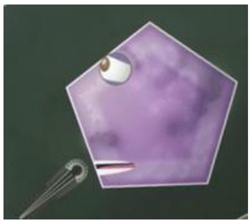
Si ha quindi una circonferenza centrata in O. Segnare i punti A, B, C, D e O come in figura.

Puntando il compasso in B, con raggio BO si traccia l'arco POQ. Congiungendo i punti di intersezione P e Q di questo arco con il cerchio dato, si trova il punto N, mediano del raggio OB. Puntando in N, con raggio ON tracciamo l'arco LOM: i segmenti ON e LN, così come ON e NM, sono coppie di lati di due quadrati (infatti tutti questi segmenti hanno lunghezza pari a metà del raggio del cerchio dato, e gli angoli in N sono retti). Congiungendo (e prolungando) i punti O e L, e O e M, si ottengono le rette HF e EG passanti per il centro del cerchio dato ed inclinati di 45° rispetto al diametro AB. I punti E, F, G, e H sono quindi i vertici del quadrato cercato.

5. Pentagono

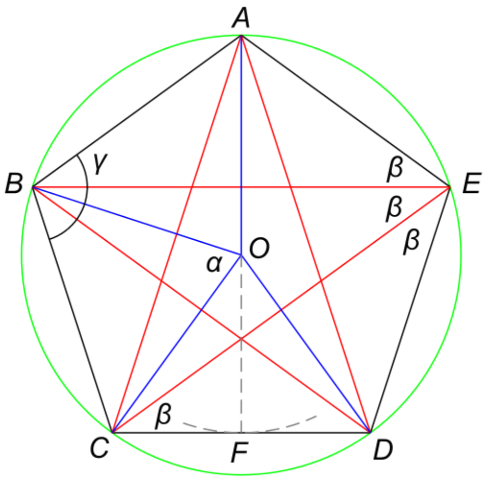


Il pentagono (*penta*=cinque, *gono*=angolo) è una figura geometrica con cinque lati e cinque angoli. Può essere regolare, cioè con tutti i cinque lati e angoli uguali, o altrimenti irregolare.



Il pentagono regolare può essere inscritto in una circonferenza, cioè disegnato all'interno di essa in modo tale che tutti i cinque vertici del pentagono (cioè i punti in cui si uniscono due lati) la tocchino in un punto. Anche al suo interno si può inscrivere, cioè disegnare una circonferenza.

Gli <u>angoli interni</u> sono uguali e, qualsiasi sia la dimensione dei lati, misurano 108 gradi.(Nel disegno indicati con ɣ)



Consideriamo i segmenti ottenuti collegando il centro della circonferenza O con i vertici (in blu nella figura). L'angolo formato da uno di questi segmenti con il più vicino (per esempio da AO e BO, oppure da BO e CO) si chiama <u>angolo al centro</u> e vale 72 gradi (α).

Inoltre tracciando le diagonali(in rosso), cioè unendo due punti che non siano consecutivi, si divide l'angolo interno in tre angoli perfettamente uguali che valgono 36 gradi (β).

Il rapporto tra la diagonale d e il lato l è:

$$\frac{d}{l} = \frac{1+\sqrt{5}}{2} = 1{,}618033\ldots$$

Cioè il "<u>numero aureo</u>" (o "<u>sezione aurea</u>")

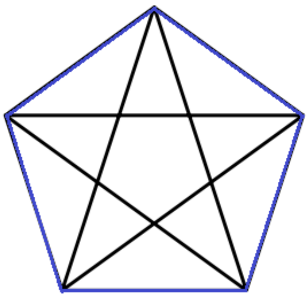
Perimetro: P=5*l

L' area è la somma delle aree dei 5 triangoli che si ottengono dividendo il pentagono con i segmenti che congiungono il centro della circonferenza O ai vertici. Ciascuna di queste aree vale: $A_t = \frac{l*a}{2}$ dove a indica l'*apotema,* ovvero il segmento che parte da O e tocca il lato formando con questo un angolo di 90 gradi. Equivale al raggio della circonferenza inscritta. Quindi avremo che l'area del pentagono è:

$$A = \frac{5}{2} l * a$$

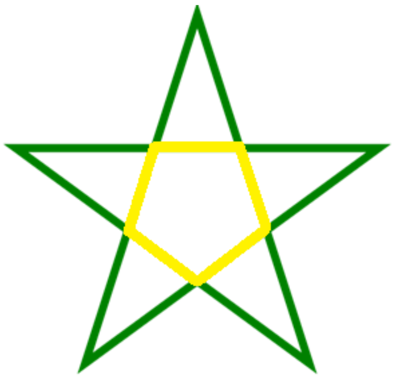
Pentagramma

Disegnando le diagonali del pentagono si ottiene una figura a cinque punte chiamata ”pentagramma” o “stella a cinque punte”(1). Si può ottenere anche prolungando i lati del pentagono (2).

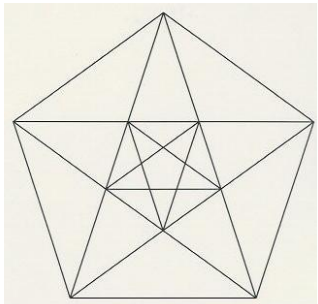


1

2



Nel pentagono si può disegnare infinite volte questa figura, infatti si nota che disegnando la stella si crea un altro pentagono nel quale si può nuovamente disegnarla.



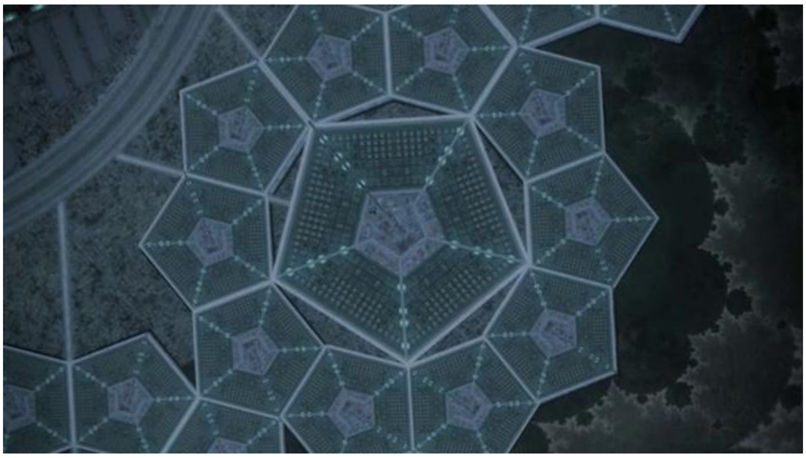
La stella iscritta nel pentagono era il simbolo distintivo dei pitagorici, usato come segno segreto per riconoscersi tra di loro. Il numero 5 era infatti, per i pitagorici, il numero che rappresentava vita e potere.

Il pentagono in natura

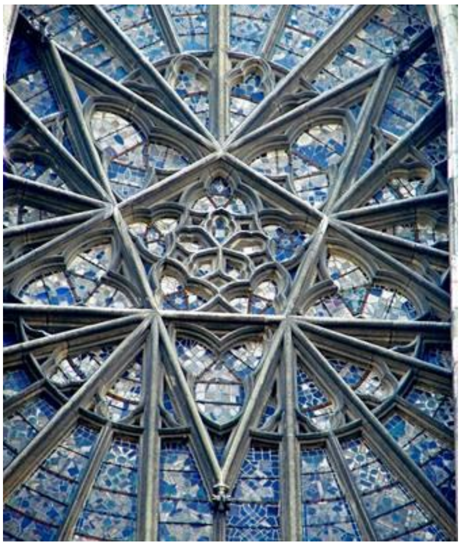
Carambola

Papaya

Architettura



Architettura di Flatlandia

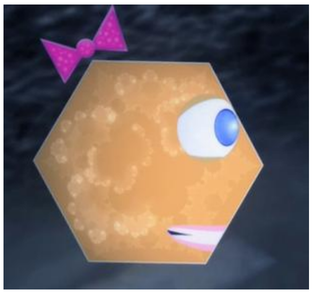


Parte del rosone della cattedrale di Amiens

Architettura militare

Esempio perfetto di architettura militare, diventò presto il modello di tante cinte pentagonali fortificate sparse per l'Europa.

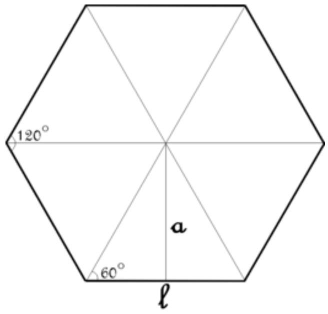
6. Esagono



L'esagono è una figura geometrica con sei lati , sei vertici e sei angoli interni. Può essere regolare, cioè con tutti i cinque lati e angoli uguali, o altrimenti irregolare.

L'esagono regolare ha tutti i sei lati e i sei angoli uguali. Gli angoli interni misurano tutti 120 gradi.

Perimetro= 6*l



Se si tracciano le tre diagonali si divide l'esagono in 6 triangoli equilateri. Quindi per calcolare l'area dell'esagono basta calcolare quella di un triangolo e poi moltiplicarla per sei.

Area triangolo: $A_t = \frac{l*a}{2}$ dove l indica il lato e a l'apotema ovvero il segmento che parte da O (punto in cui si incontrano le tre diagonali).

Area esagono: $A = 6\frac{l*a}{2} = 3 * a * l$

-

Palmanova
Udine

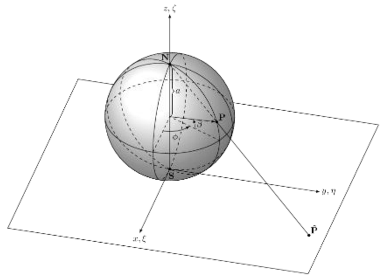
SOLIDI

1. Sfera

Definizione e terminologia:

Si definisce *sfera* un qualsiasi solido ottenuto dalla rotazione di un semicerchio attorno al suo diametro. Il *raggio* della sfera è il raggio del semicerchio mentre il centro coincide con quello del semicerchio.

Tutti i punti della sfera hanno distanza dal centro minore o uguale al raggio *r*.



Due punti della superficie sferica che stanno sulla stessa retta passante per l'origine sono detti *antipodali*, e una tale retta è detta *asse*, poiché è un'asse di simmetria della sfera.

Se un punto della superficie sferica è identificato come *polo nord*, il suo antipodale è il *polo sud*.

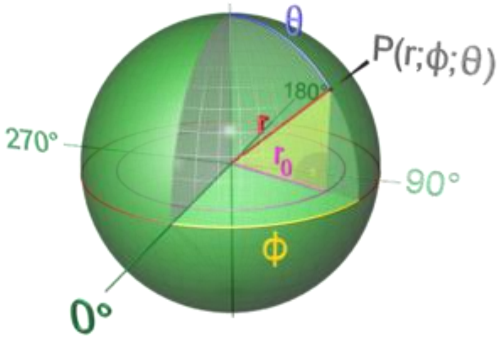
L'*equatore* è il cerchio massimo equidistante dai due poli.

I cerchi massimi passanti per i poli sono i *meridiani*.

Si dice *superficie sferica* l'insieme dei punti equidistanti dal centro della sfera e con distanza pari al raggio *r* della sfera.

In geometria cartesiana, una superficie sferica con centro (x_0, y_0, z_0) e di raggio r è rappresentata dall'insieme di punti (x, y, z) tali che

$$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2 = r^2$$



I punti della superficie sferica possono essere parametrizzati in coordinate sferiche nel modo seguente

$$\begin{cases} x = x_0 + rsin\theta cos\varphi \\ y = y_0 + rsin\theta sin\varphi \\ z = z_0 + rcos\theta \end{cases}$$

Alternativamente si può utilizzare l'equazione cartesiana della superficie sferica:

$$x^2 + y^2 + z^2 + ax + by + cz + d = 0$$

con a, b, c, d numeri reali tali che $a^2 + b^2 + c^2 - 4d > 0$

Dall'equazione cartesiana si possono ricavare le coordinate del centro:

$$C = \left(-\frac{a}{2}, -\frac{b}{2}, -\frac{c}{2}\right)$$

Formule:

Superficie totale $S_{TOT} = 4\pi r^2$

Volume: $V = \frac{4}{3}\pi r^3$

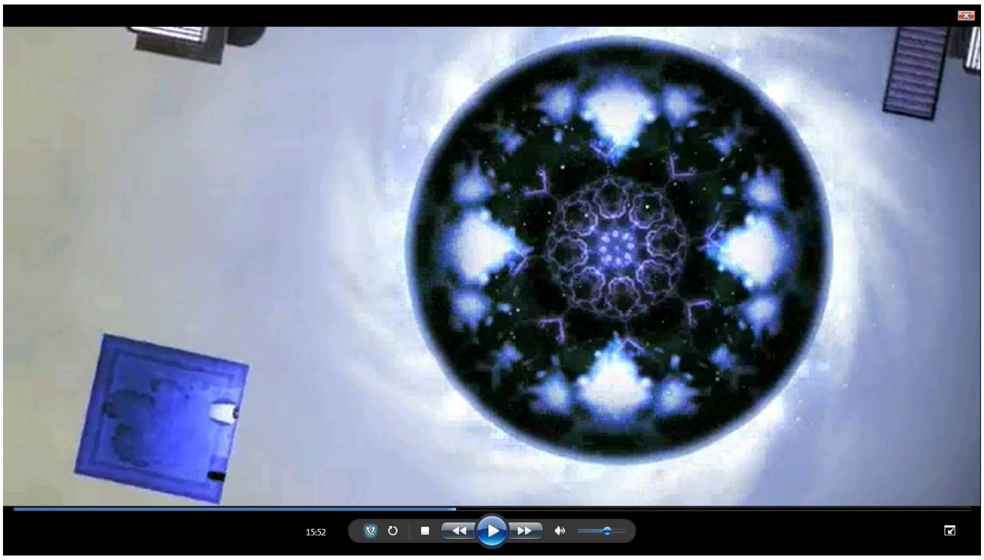
Raggio con volume: $r = \sqrt[3]{\frac{3V}{4\pi}}$

Raggio con area: $r = \sqrt{\frac{S_{TOT}}{4\pi}}$

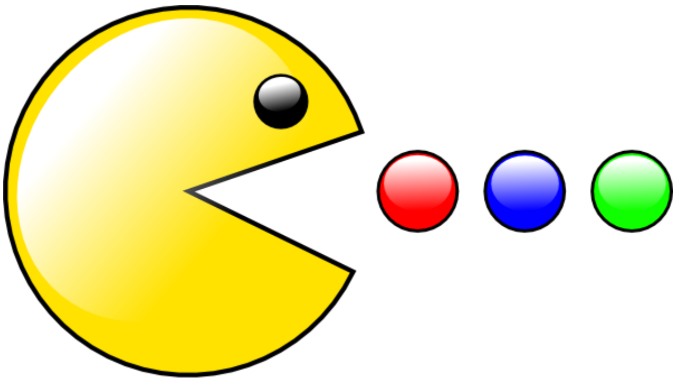
La sfera è la figura tridimensionale con il minimo rapporto superficie/volume: ciò spiega perché a tale forma tendono molti oggetti fisici, dalle gocce di liquido ai corpi celesti. Ad esempio, le bolle sono sferiche perché la tensione superficiale tende a minimizzare l'area a parità di volume.

Generalizzazione ad altre dimensioni:

- Nello spazio unidimensionale la sfera si riduce a due punti
- Nello spazio bidimensionale è una circonferenza di raggio r
- Nello spazio tridimensionale è la sfera ordinaria

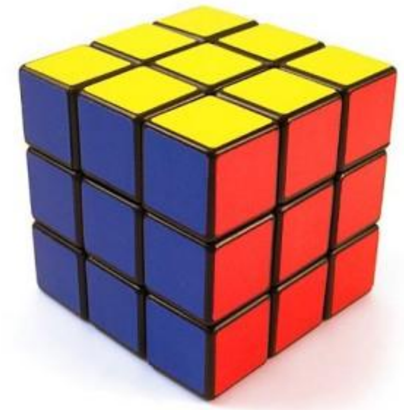


Trasformazione di Pacman: da 2 a 3 dimensioni



Sfere celebri

2. Cubo



Il *cubo* o *esaedro regolare* è un solido che presenta 6 facce quadrate, 8 vertici e 12 spigoli; in ogni vertice si incontrano tre spigoli i quali sono ortogonali due a due; in ogni vertice si intersecano anche tre facce le quali sono a due a due ortogonali.

Ogni cubo è caratterizzato dalla lunghezza *a* dei suoi spigoli. Tutti i cubi con gli spigoli della stessa lunghezza sono congruenti.

Parametri metrici:

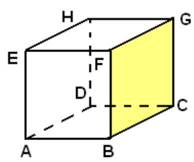
I parametri metrici del cubo con spigoli di lunghezza *a* sono i seguenti:

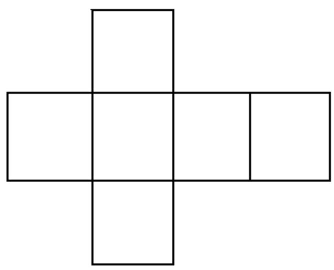
- Lunghezza delle diagonali delle facce: $= \sqrt{2} * a$
- Lunghezza delle diagonali del cubo (segmenti che congiungono vertici opposti): $= \sqrt{3} * a$
- Area della superficie totale: $6a^2$
- Volume: $V = a^3$

Rapporto volume superficie:

Si nota che la costruzione di un cubo materiale utilizzando carta, cartone, fogli di metallo o altro per le 6 facce, ammesso che non si abbia alcuno spreco di materiale, porta al parallelepipedo con il maggiore rapporto fra volume e superficie totale.

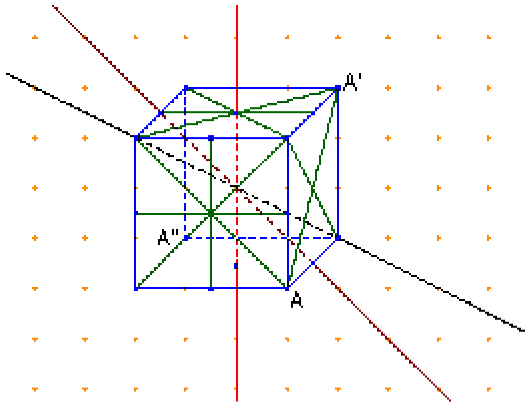
Un analogo oggetto materiale costruito con facce rettangolari non tutte quadrate presenta un rapporto tra volume e superficie totale inferiore.





Simmetrie:

Il cubo ha ben 48 simmetrie.



sale marino

pirite

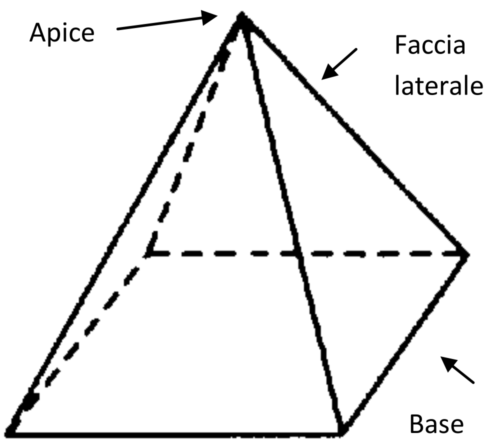
3. Piramide

Una piramide è un solido caratterizzato da una base e da un vertice che non giace sul piano della base chiamato apice. Gli spigoli sono dati dai lati del poligono di base e dai segmenti che collegano l'apice a ciascuno dei vertici della base. (oppure intersezione due facce)

Le facce della piramide sono la base e le figure triangolari (chiamate facce laterali) che si formano tra la base e l'apice.

Si dice altezza h di una piramide il segmento che ha una estremità nell'apice e cade ortogonalmente sul piano contenente la base.

In una piramide si dice apotema (a) ogni segmento che congiunge perpendicolarmente il suo apice con un suo lato di base, ovvero la loro lunghezza comune.



L’area di una piramide si calcola sommando l’area di base (A_B) e l’area laterale (A_L). L’area di base si calcola in base al poligono che è la base, mentre l’area laterale si calcola come
$A_L = \frac{p*a}{2}$ dove p è il perimetro della base.
Il volume è dato da $\frac{A_B*h}{3}$

Il termine piramide deriva dalla lingua greca πυραμίς che significa "della forma del fuoco". Questo solido è stata usata spesso utilizzata in architettura, in particolare in Egitto e in America Centrale.

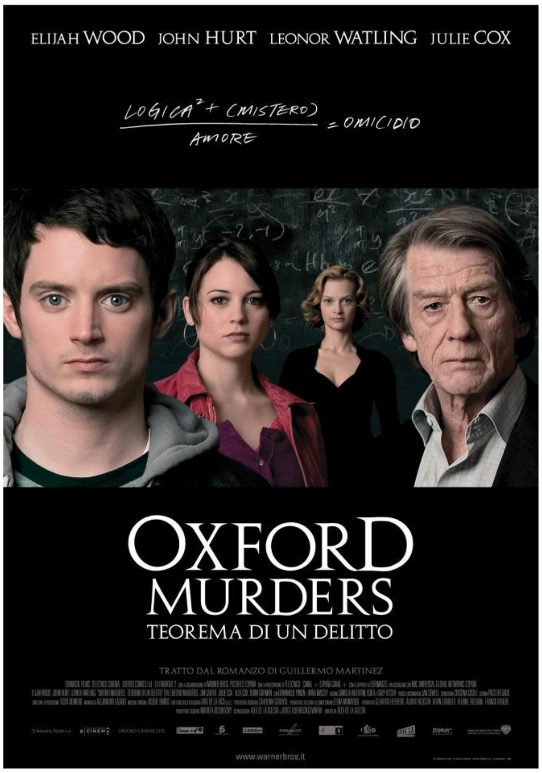
In Egitto le piramidi erano costruite come monumenti funerari al di sopra della tomba dei faraoni, i sovrani del popolo egizio.

Una delle piramidi più famose è quella di Cheope (o Grande Piramide) che è l'unica tra le sette meraviglie del mondo antico che si sia preservata.

Le piramidi Maya sono a base quadrata e si sviluppano secondo una struttura a gradoni. Erano generalmente utilizzati come templi, anche se sono state rinvenute alcune sepolture al loro interno.

Flatlandia in “The Big Bang Theory”

OXFORD MURDERS



Trama

Martin (Elijah Wood) è uno studente americano che studia nelle prestigiosa università di Oxford. Intrigato da una misteriosa serie di delitti che avvengono nei pessi dell'università, Martin inizia ad indagare, aiutato dal professore Arthur Seldom (John Hurt), che lo prende sotto la sua protezione e che gli insegna ad usare la logica e le strutture della matematica per risolvere il mistero.

Dati tecnici:

DATA USCITA: 11 aprile 2008

GENERE: Thriller

ANNO: 2008

REGIA: Alex de la Iglesia

ATTORI: John Hurt, Elijah Wood, Leonor Watling, Julie Cox, Burn Gorman, Anna Massey, Jim Carter, Alan David, Ian East, Charlotte Asprey, Alex Cox, Tom Frederic, Dominique Pinon, Danny Sapani, Martin Nigel Davey

MUSICHE: Roque Baños

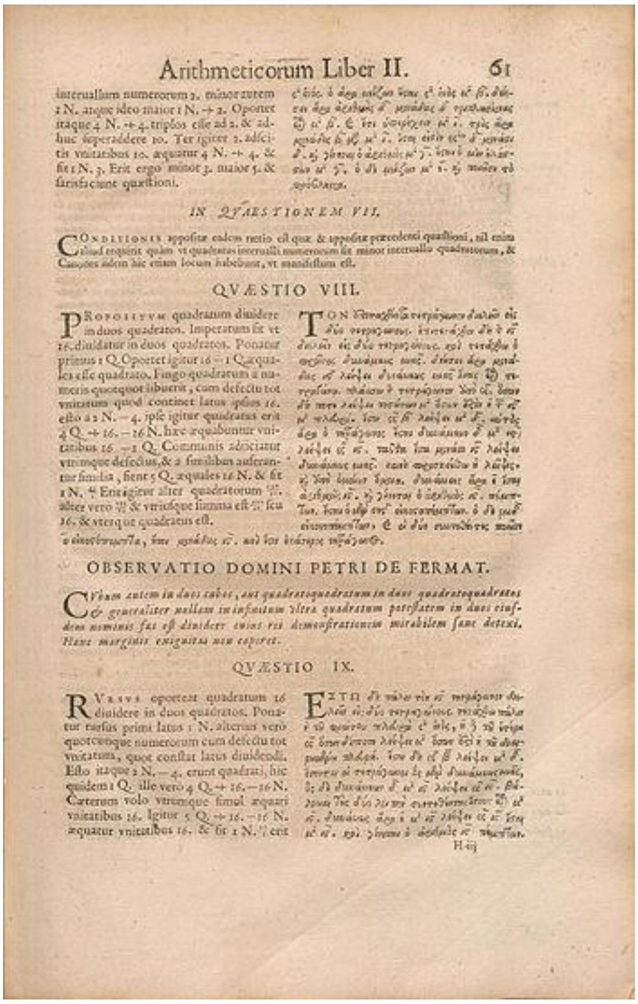
PRODUZIONE: Tornasol Films, La Fabrique de Films

DISTRIBUZIONE: Warner Bros. Pictures Italia

PAESE: Spagna

DURATA: 110 Min

Ultimo teorema di Fermat


Arithmeticorum Liber II. 61

intervallum numerorum 2. minor autem 1 N. atque ideo maior 1 N. + 2. Oportet itaque 4 N. + 4. triplos esse ad 2. & adhuc superaddere 10. Ter igitur 2. adscitis vnitatibus 10. æquatur 4 N. + 4. & fit 1 N. 3. Erit ergo minor 3. maior 5. & satisfaciunt quæstioni.

IN QVÆSTIONEM VII.

CONDITIONIS appositæ eadem ratio est quæ & appositæ præcedenti quæstioni, nil enim aliud requirit quàm vt quadratus interualli numerorum sit minor interuallo quadratorum, & Canones iidem hic etiam locum habebunt, vt manifestum est.

QVÆSTIO VIII.

PROPOSITVM quadratum diuidere in duos quadratos. Imperatum sit vt 16. diuidatur in duos quadratos. Ponatur primus 1 Q. Oportet igitur 16 – 1 Q. æquales esse quadrato. Fingo quadratum à numeris quotquot libuerit, cum defectu tot vnitatum quot continet latus ipsius 16. esto à 2 N. – 4. ipse igitur quadratus erit 4 Q. + 16. – 16 N. hæc æquabuntur vnitatibus 16. – 1 Q. Communis adiciatur vtrimque defectus, & à similibus auferantur similia, fient 5 Q. æquales 16 N. & fit 1 N. 16/5. Erit igitur alter quadratorum 256/25. alter vero 144/25 & vtriusque summa est 400/25 seu 16. & vterque quadratus est.

OBSERVATIO DOMINI PETRI DE FERMAT.

Cubum autem in duos cubos, aut quadratoquadratum in duos quadratoquadratos & generaliter nullam in infinitum vltra quadratum potestatem in duos eiusdem nominis fas est diuidere: cuius rei demonstrationem mirabilem sane detexi. Hanc marginis exiguitas non caperet.

QVÆSTIO IX.

RVRSVS oporteat quadratum 16 diuidere in duos quadratos. Ponatur rursus primi latus 1 N. alterius verò quotcunque numerorum cum defectu tot vnitatum, quot constat latus diuidendi. Esto itaque 2 N. – 4. erunt quadrati, hic quidem 1 Q. ille verò 4 Q. + 16. – 16 N. Cæterum volo vtrumque simul æquari vnitatibus 16. Igitur 5 Q. + 16. – 16 N. æquatur vnitatibus 16. & fit 1 N. 16/5 erit

Nel 1637 il matematico francese Pierre de Fermat elaborò quello che in seguito sarebbe diventato famoso come "ultimo teorema di Fermat". Esso afferma che non ci sono soluzioni intere positive all'equazione

$a^n + b^n = c^n$ per n>2

Egli tuttavia non diede alcuna dimostrazione; semplicemente scrisse, ai margini di una copia dell'Arithmetica di Diofanto:

"Dispongo di una meravigliosa dimostrazione di questo teorema, che non può essere contenuta nel margine troppo stretto della pagina".

È quello che nel film prende il nome di teorema di Bormat.

<u>Le origini del problema</u>

L'ultimo teorema di Fermat è una generalizzazione dell'equazione diofantea $a^2 + b^2 = c^2$, le cui soluzioni sono conosciute sotto il nome di terne pitagoriche. Queste terna sono infinite; le più semplici sono (3,4,5) o (5,12,13).

<u>La dimostrazione</u>

Fermat stesso dimostrò in un altro suo lavoro il caso n=4; in particolare egli dimostrò che non esiste una terna (a,b,c) tale che $a^4 + b^4 = c^2$

Eulero dimostrò il teorema per n=3, Dirichlet e Legendre per n=5, Lamé per n=7. Nel corso degli anni il teorema venne dimostrato per un numero sempre maggiore di esponenti specifici n, ma il caso generale rimase irrisolto ancora per molti anni.

La dimostrazione fu enunciata solo nel 1994 da parte del matematico britannico Andrew Wiles che impiegò sette anni per risolvere quasi tutti i particolari. La soluzione di Wiles fu pubblicata nel 1995 e premiata con il Premio Wolfskehl, consistente in una borsa di 50 000 dollari.

Secondo molti esperti Fermat non dimostrò mai il suo teorema, soprattutto perché non lo spiego a nessun collega né espose una dichiarazione sull'esistenza di una dimostrabilità (come era solito fare riguardo soluzioni di cui era certo). Inoltre se Fermat avesse trovato la dimostrazione completa, sarebbe stato inutile, qualche anno dopo, pubblicare la dimostrazione per il caso speciale n=4.

Infine le tecniche e gli strumenti matematici utilizzati da Wiles non erano conosciuti ai tempi di Fermat; perciò la maggior parte dei matematici è portata a credere che Fermat non dimostrò mai il suo ultimo teorema.

<u>L'ultimo teorema nella letteratura e nei film</u>

- Nel romanzo *La ragazza che giocava con il fuoco*, di Stieg Larsson, la protagonista Lisbeth Salander ha un'intuizione sulla sua soluzione che viene completamente dimenticata dopo un infortunio.
- Nel romanzo *Un uomo* di Oriana Fallaci, il protagonista Alekos Panagulis, durante gli anni di isolamento in prigione, arriva alla soluzione del teorema di Fermat; tuttavia, poiché non gli erano concesse carta e penna, non riesce a fissare il suo ragionamento, perdendolo per sempre.
- Nel primo episodio della quinta stagione di Doctor Who, il Dottore afferma di essere stato lui ad aver suggerito il risultato corretto a Fermat.
- Nel romanzo *Il teorema del pappagallo*, di Denis Guedj, un vecchio matematico, manda una lettera ad un suo vecchio amico affermando di aver dimostrato due congetture: l'ultimo teorema di Fermat e la congettura di Goldbach, anche se voleva tener segrete le dimostrazioni.
- Nell'episodio Hotel Royale di Star Trek: The Next Generation il capitano Jean-Luc Picard racconta del teorema di Fermat e di come da 800 anni si tenti, invano, di risolverlo, di come, nonostante tutta la loro civiltà, la loro tecnologia il loro grado di avanzamento, ancora non siano riusciti a risolvere una così semplice equazione. L'episodio andò in onda nel 1989, pochi anni prima che il teorema venisse risolto.

Il teorema viene citato per la seconda volta in Viaggi nella memoria, un episodio di Star Trek - Deep Space Nine, quando viene rivelato che anche Tobin Dax aveva cercato di risolvere questa equazione e che Jadzia Dax si sarebbe ripromessa di cercare sempre soluzioni originali per ogni problema.

- Nel numero 28 degli albi speciali estivi della serie a fumetti Martin Mystère intitolato "Numeri immaginati" si racconta come è nata la storia del teorema e successivamente come si è evoluta.
- Nel film del 2000 *Indiavolato*, il diavolo mostra ad una classe un'applicazione dell'ultimo teorema di Fermat, del quale molti studiosi usavano dire che avrebbero venduto l'anima al diavolo per risolverlo.

Le serie

Una serie è definita come una somma di infiniti termini; può essere vista come una generalizzazione dell'operazione di addizione.

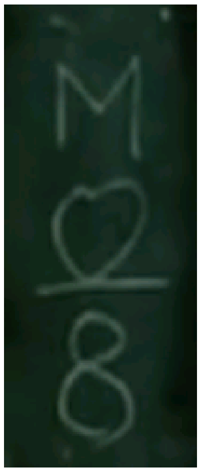
Si consideri una successione di elementi $\{a_n\}$. La serie associata a questa successione è

$$\sum_{n=0}^{\infty} a_n$$

dove il simbolo Σ indica la sommatoria, cioè

$$\sum_{n=0}^{k} a_n = a_0 + a_1 + \cdots + a_k$$

<u>Serie dell'idiota</u>



Nel film viene presentata la cosiddetta serie dell'idiota.

Il primo simbolo della serie dell'idiota è una "M" maiuscola che può essere letta come due "1" messi uno contro l'altro.
Il secondo simbolo è una specie di cuore con una riga orizzontale sotto che corrisponde a "2".
Il terzo simbolo è un "8" che può essere letto come due "3" contrapposti.
Il quarto è una specie di freccia corrispondente a due "4" opposti.

Ritroviamo la stessa serie in un episodio del cartone 'Deltora Quest'

Serie armonica

$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \cdots$

Il suo nome deriva da alcune componenti del suono prodotto da un corpo che vibra; infatti queste componenti hanno rapporti di lunghezza d'onda con il suono fondamentale che si possono esprimere con gli addendi della serie.

Serie aritmetica

In matematica una progressione aritmetica è una successione di numeri tali che la differenza tra ciascun termine e il suo precedente sia una costante. Tale costante viene detta ragione della progressione.
Per esempio, la successione 3, 5, 7, 9, 11, ... è una progressione aritmetica di ragione 2.

Se il primo termine di una progressione aritmetica è a_0 e la ragione è d, allora l'n-esimo termine della successione è dato da:

$$a_n = a_0 + (n-1)d$$

La somma dei numeri di una progressione aritmetica finita si chiama serie aritmetica.

$$\sum_{n=0}^{\infty} a_n$$

Si può vedere che $S_n = \frac{1}{2} n(a_0 + a_n)$

Serie geometrica

Una serie geometrica è una serie tale per cui il rapporto tra due termini successivi è costante. Si può esprimere come

$$\sum_{k=0}^{\infty} \mathrm{x}^{\mathrm{k}} = 1 + \mathrm{x} + \mathrm{x}^2 + \mathrm{x}^3 + \mathrm{x}^4$$

Il rapporto di ogni termine della somma rispetto al termine precedente è costantemente uguale a x ed è detto ragione della serie.

Serie di Fibonacci (link)

Simmetrie

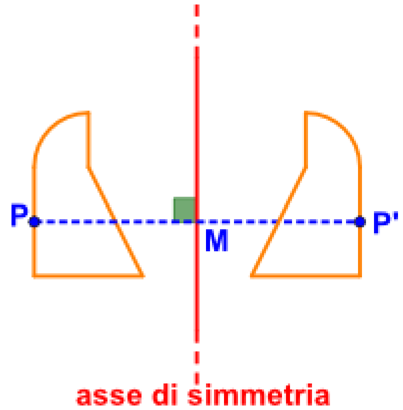
Con il termine *simmetria* si indica generalmente la presenza di alcune ripetizioni nella forma geometrica di un oggetto. L'oggetto può essere ad esempio una figura bidimensionale (un dipinto, un poligono, …) oppure una figura tridimensionale (una statua, un poliedro, ...). Molte simmetrie sono osservabili in natura.

Il concetto di simmetria è ampiamente studiato in geometria ed è usato in matematica e fisica con un'accezione più generale.

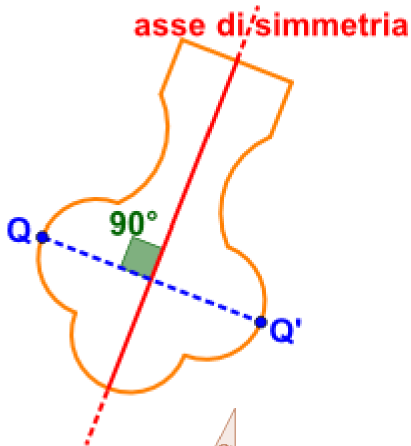
Un oggetto ha una *simmetria* quando la sua forma presenta delle *ripetizioni regolari*.

<u>Asse di simmetria:</u>

- Una retta r è un asse di simmetria per due figure distinte F ed F' se ogni punto di F' è il simmetrico rispetto alla retta r di un punto di F e, viceversa, ogni punto di F è il simmetrico, rispetto ad r, di un punto di F'.
  In tal caso le due figure si diranno simmetriche rispetto alla retta r.

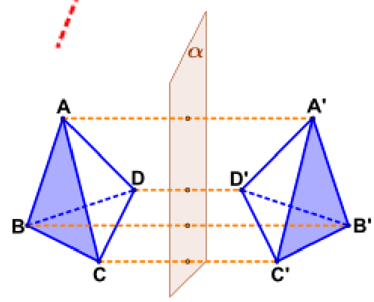


- Un asse di simmetria può anche appartenere ad una figura; in tal caso diremo che una figura ammette come asse di simmetria una retta r se preso un qualsiasi punto Q sulla figura, il suo simmetrico Q' rispetto alla retta r appartiene ancora alla figura.

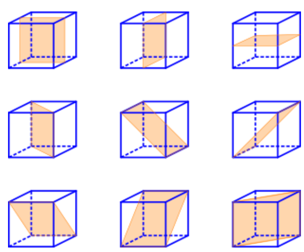


<u>Piano di simmetria:</u>

- **Due solidi sono simmetrici rispetto ad un piano** se i punti dell'uno sono i simmetrici dei punti dell'altro rispetto al piano.
  Prendiamo, a titolo di esempio, un <u>tetraedro</u> ed un piano. Ricavando i simmetrici A', B', C', e D' dei suoi vertici A, B, C e D rispetto al piano otteniamo il simmetrico del tetraedro ABCD.



- **Una figura solida può essere simmetrica di sé stessa rispetto ad un piano**. Ciò accade se preso un solido ed un piano i simmetrici dei punti del solido rispetto al piano appartengono ancora al solido.
  Un esempio di <u>solido</u> simmetrico di se stesso rispetto ad un piano è il <u>cubo</u> che ha ben 9 piani di simmetria.



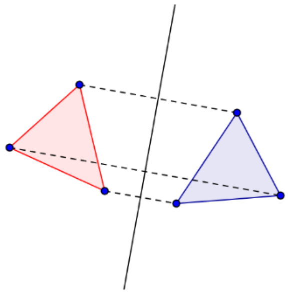
Tipi di simmetria:

La simmetria nel piano:

Un oggetto nel piano, ad esempio un poligono, un cerchio, o una qualsiasi figura bidimensionale, può presentare vari tipi di simmetrie.

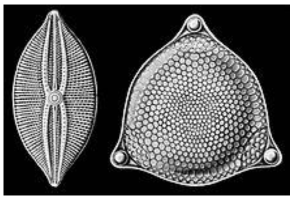
Simmetria assiale:

Si dice simmetria assiale di asse r la trasformazione geometrica che lascia invariata la retta r e che associa ad ogni punto P del piano non appartenente ad r il punto Q in modo tale che il segmento PQ sia perpendicolare alla retta r e abbia come punto medio H, piede della perpendicolare condotta da P a r.



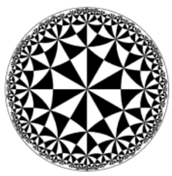
Simmetria rotatoria:

Una figura piana ha una simmetria rotatoria se esiste una rotazione intorno ad un punto (il centro) che la lascia invariata. Se è di 180°, la simmetria è anche detta centrale.



Simmetria circolare:

Una figura ha simmetria circolare se ha una infinità di simmetrie rotatorie e una infinità di assi di simmetria. Ad esempio, presentano questa simmetria il cerchio e la corona circolare.

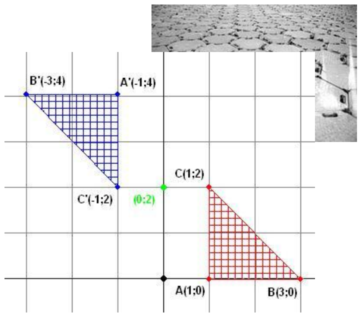


Simmetria traslazionale:

Una figura piana ha una *simmetria traslazionale* se esiste una traslazione che la lascia invariata.

Simmetria centrale:

Nella geometria piana la simmetria centrale è una particolare rotazione attorno ad un punto, detto centro di simmetria, in cui l'ampiezza di rotazione è un angolo di 180°.



Simmetria nello spazio:

Simmetria radiale:

Le forme sono disposte a raggiera rispetto ad un punto centrale detto centro di simmetria. In questo caso l'asse mediano di simmetria può essere verticale, orizzontale, obliquo.

Simmetria sferica:

Come nel piano, un oggetto ha simmetria sferica se resta invariato rispetto a qualsiasi rotazione intorno ad un fissato centro. Ad esempio, la sfera ha una simmetria sferica.

Simmetria sferica:

Come nel piano, un oggetto ha simmetria sferica se resta invariato rispetto a qualsiasi rotazione intorno ad un fissato centro. Ad esempio, la sfera ha una simmetria sferica.

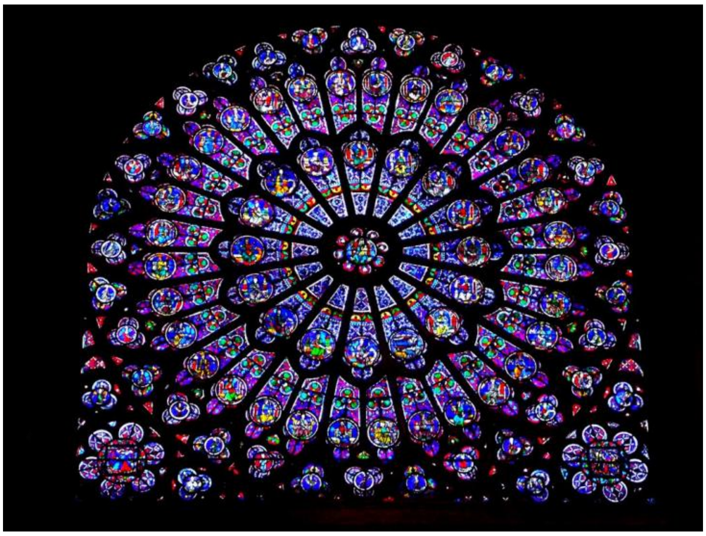
Ci sono inoltre simmetrie rotatorie, traslazionali e elicoidali nello spazio come nel piano.

La simmetria è molto applicata alle scienze come la matematica, la fisica, l'ingegneria, la biologia e la chimica.
È usata inoltre nell'arte; permette di dare equilibrio e armonia all'opera in cui viene utilizzata.

Piero della Francesca

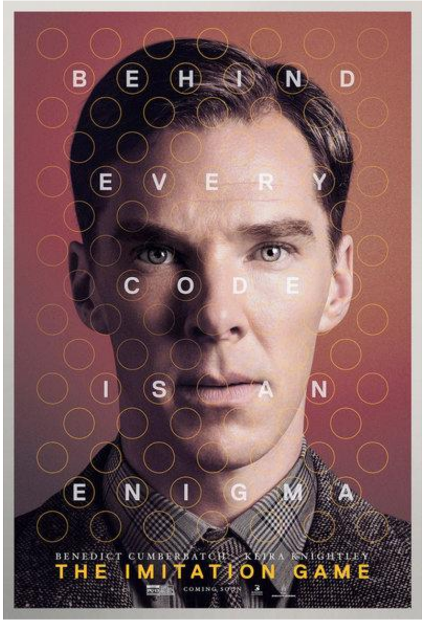
Madonna della Misericordia

The Division Bell dei Pink Floyd



Rosone di Notre Dame di Parigi

THE IMITATION GAME



Trama

Durante la Seconda Guerra Mondiale, il matematico Alan Turing cerca di decodificare i messaggi in codice del nemico (creati con la macchina Enigma) con l'aiuto di altri matematici.

Dati tecnici:

DATA USCITA: 01 gennaio 2015

GENERE: Biografico, Drammatico, Thriller

ANNO: 2014

REGIA: Morten Tyldum

SCENEGGIATURA: Graham Moore

ATTORI: Benedict Cumberbatch, Keira Knightley, Charles Dance, Matthew Goode, Mark Strong, Rory Kinnear, Tuppence Middleton, Allen Leech, Steven Waddington, Tom Goodman-Hill, Matthew Beard, James Northcote

MUSICHE: Alexandre Desplat

PRODUZIONE: Black Bear Pictures, Bristol Automotive

DISTRIBUZIONE: Videa

PAESE: USA

DURATA: 114 Min

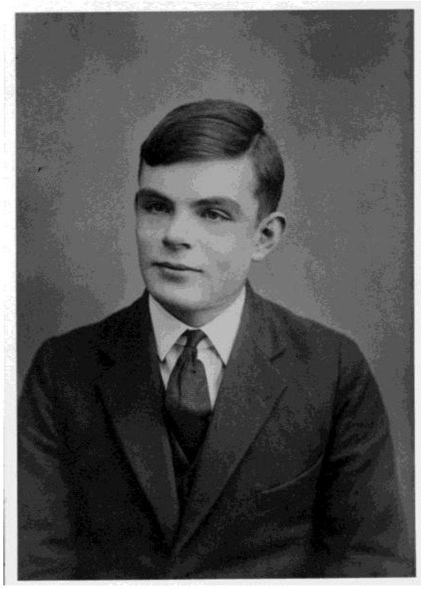
Altri film su Alan Turing:

- *Breaking the Code (*1996), film TV britannico di Herbert Wise sulla vita di Alan Turing
- *Enigma* (2001), film di Michael Apted ispirato alla figura di Alan Turing e tratto dall'omonimo romanzo di Robert Harris

ALAN TURING (1912-1954)

Alan Mathison Turing è stato un matematico, logico e crittografo britannico, considerato uno dei padri dell'informatica e uno dei più grandi matematici del XX secolo.

BIOGRAFIA



Turing nacque a Londra il 23 giugno 1912, e fin da giovane dimostrò una naturale propensione per le materie scientifiche. Nel 1931 fu ammesso al King's College dell'Università di Cambridge dove approfondì i suoi studi sulla meccanica quantistica, la logica e la teoria della probabilità; si laureò nel 1934.

Intorno al 1936 pubblicò l'articolo "*On computable Numbers, with an application to the Entscheidungsproblem*" nel quale descriveva, per la prima volta, quella che sarebbe poi stata definita la **macchina di Turing**.

Durante la seconda guerra mondiale Turing mise le sue capacità matematiche al servizio del *Department of Communications* inglese per decifrare i codici usati nelle comunicazioni tedesche, crittate tramite il cosiddetto sistema Enigma. Con l'entrata in guerra dell'Inghilterra Turing fu arruolato nel gruppo di crittografi stabilitosi a Bletchley Park e con i suoi compagni lavorò per tutta la guerra alla decrittazione,

Turing riuscì a mettere a punto un metodo (noto come *Turingery*) grazie a cui gli inglesi poterono decifrare i messaggi nazisti codificati da **Enigma**, sfruttandone gli errori crittografici. Se due messaggi erano inviati per sbaglio con la stessa chiave di codifica, il Turingery permetteva di estrapolare il codice usato per criptare entrambe le comunicazioni e quindi di decifrare il contenuto dei messaggi.

Fu sul concetto di macchina di Turing che nel 1942 il matematico Max Newman, progettò una macchina chiamata Colossus (lontana antenata dei computer) che decifrava in modo veloce ed efficiente i codici tedeschi.

Al termine della guerra Turing fu invitato al National Physical Laboratory (NPL, Laboratorio Nazionale di Fisica) a Londra per **progettare il modello di un computer**. Il suo rapporto che proponeva l'Automatic Computing Engine (ACE, Motore per il Calcolo Automatico) fu presentato nel marzo 1946, ma ebbe scarso successo a causa degli alti costi preventivati.

Nel 1950 sulla rivista Mind scrisse un articolo dal titolo Computing machinery and intelligence, in cui descriveva quello che sarebbe divenuto noto come il **test di Turing**: era convinto che si potesse raggiungere un'intelligenza davvero artificiale solo seguendo gli schemi del cervello umano. Su questo articolo si basa buona parte dei successivi studi sull'intelligenza artificiale

Nel 1952 fu condannato alla castrazione chimica a causa della sua sessualità: infatti all'epoca nel Regno Unito l' omosessualità era un reato (fu decriminalizzata solo nel 1967). Nel 1954, all'età di 41 anni, morì mangiando una mela avvelenata con del cianuro.

Nel 2009, il primo ministro Gordon Brown aveva presentato delle scuse postume, riconoscendo che il grande matematico era stato trattato in modo orribile. Nel 2012, anno del centenario dalla nascita di

Turing, undici scienziati britannici, tra cui Stephen Hawking, avevano chiesto l'annullamento della condanna del «matematico più brillante dell'epoca moderna»

La grazia è stata accolta dalla Regina Elisabetta II nel 2013.

PERCHÈ FARE UN FILM SU DI LUI?

Il suo lavoro ebbe vasta influenza sullo sviluppo dell'informatica, grazie alla sua formalizzazione dei concetti di algoritmo e calcolo mediante la macchina di Turing, che a sua volta ha svolto un ruolo significativo nella creazione del moderno computer. Per questi contributi Turing è solitamente considerato il padre della scienza informatica e dell'intelligenza artificiale, da lui teorizzate già negli anni trenta (quando non era ancora stato creato il primo vero computer).

Fu anche uno dei più brillanti crittoanalisti che operavano in Inghilterra, durante la seconda guerra mondiale, per decifrare i messaggi scambiati da diplomatici e militari delle Potenze dell'Asse. Turing lavorò infatti a Bletchley Park, il principale centro di crittoanalisi del Regno Unito, dove ideò una serie di tecniche per violare i cifrari tedeschi, incluso il metodo della Bomba, una macchina elettromeccanica in grado di decodificare codici creati mediante la macchina Enigma.

<u>I CONTRIBUTI SCIENTIFICI</u>

1. MACCHINA DI TURING

Il nome di Turing è oggi associato soprattutto alla macchina e al test che portano il suo nome. La macchina di Turing è un dispositivo puramente teorico formato da un nastro infinito e riscrivibile su cui dei simboli (per esempio a 0 e 1) possono idealmente essere scritti, letti e cancellati man mano che ci si muove avanti e indietro lungo il nastro stesso. Si tratta in sostanza del modello ideale di una macchina per calcoli capace di risolvere algoritmi (il significato stesso del termine algoritmo fu formalizzato proprio da Turing), che fu sviluppata dallo scienziato quando aveva appena 24 anni. Oggi è un elemento fondamentale per tutti coloro che si occupano di algoritmica e teoria della computazione.

2. DECODIFICAZIONE ENIGMA

Enigma fu una macchina elettro-meccanica che aveva lo scopo di cifrare (e decifrare). Nata da un tentativo di commercializzazione poi fallito, fu ampiamente utilizzata dal servizio delle forze armate tedesche durante il periodo nazista e della seconda guerra mondiale. La facilità d'uso e la presunta indecifrabilità furono le maggiori ragioni del suo ampio utilizzo.

Nonostante fosse stata modificata e potenziata nell'arco del suo periodo di utilizzo, un nutrito gruppo di esperti si impegnò a lungo con successo per violarla. I primi a decifrarla nel 1932 furono un gruppo di ingegneri polacchi: Marian Rejewski, Jerzy Różycki e Henryk Zygalski. Il loro lavoro ha permesso ulteriori lavori sulla sempre più aggiornata macchina dei tedeschi "Enigma", prima in Polonia e dopo lo scoppio della guerra anche in Francia e Gran Bretagna. La decriptazione dei messaggi cifrati con Enigma fornì per quasi tutta la seconda guerra mondiale importantissime informazioni alle forze alleate.

3. TEST DI TURING

Nella sua formulazione originale, Turing considerò una situazione in cui un uomo e una donna erano chiamati a fornire delle risposte dattiloscritte a una terza esaminatrice, alla quale era assegnato il compito di determinare chi dei due fosse uomo o donna. Se a una delle prime due persone fosse stata sostituita una macchina, e se la risposta fornita dall'esaminatrice fosse statisticamente identica alla situazione precedente, allora quella macchina poteva essere considerata pensante.

Il test di Turing è citato nell'episodio 3x04 di Elementary. Il programmatore Edwin Borstein, che ha creato un programma di intelligenza artificiale chiamato Bella, assume Sherlock perché qualcuno è entrato nella sua compagnia e ha fatto una copia del programma; nel corso della puntata Sherlock utilizza il test di Turing per capire se effettivamente Bella abbia sviluppato una propria intelligenza.

CENNI DI CRITTOGRAFIA

La crittografia (dall'unione di due parole greche: κρυπτός (kryptós) che significa "**nascosto**", e γραφία (graphía) che significa "**scrittura**") è la branca della crittologia (scienza delle scritture nascoste: comprende da un lato l'ideazione di metodi sempre più sicuri per nascondere il reale significato di determinati segni (crittografia), dall'altro riguarda la decifrazione di testi occultati senza conoscerne a priori il metodo usato (crittanalisi))che tratta delle "scritture nascoste", ovvero dei metodi per rendere un messaggio "offuscato" in modo da non essere comprensibile a persone non autorizzate a leggerlo.

Un tale messaggio si chiama comunemente crittogramma e le tecniche usate tecniche di cifratura.

Le applicazioni della crittografia moderna sono diffuse nell'ambito informatico e delle telecomunicazioni in tutti casi in cui è richiesta confidenzialità dei dati ad esempio in messaggi e file presenti su supporti di memorizzazione, nelle comunicazioni wireless (Wi-Fi e reti cellulari) per garantire la confidenzialità nella Rete Internet per oscurare la comunicazione dati in transito tra client e server, nelle transazioni finanziarie-bancarie (home banking), nella pay per view per impedire la visione di contenuti audiovisivi a pagamento ai non abbonati ecc...

Curiosità

- Al contrario dello stereotipo del genio trasandato, Turing curava la propria forma fisica e correva spesso anche a livello agonistico. Era solito percorrere a piedi oltre 40 chilometri, e infatti si distinse soprattutto nella maratona, dove le sue performance da trentenne erano quasi a livelli olimpici. Inoltre praticava anche il ciclismo e il canottaggio.

- si racconta che Steve Jobs adottò per la sua azienda la mela morsicata e multicolore come simbolo della Apple in onore di Turing e della sua omosessualità rappresentata, in America, dalle bandiere multicolore.

- Nel 1948 divenne il primo giocatore di scacchi elettronico. Infatti, dovendo scegliere una funzione tipicamente umana da riprodurre, Turing optò per il gioco degli scacchi. Realizzò un semplice algoritmo, che avrebbe potuto essere utilizzato per istruire un calcolatore ad affrontare una partita con un uomo. Peccato che non esistessero ancora calcolatori sufficientemente potenti. Turing allora giocò alcune partite di scacchi seguendo lui stesso le istruzioni dell'algoritmo, faceva una mossa ogni 30 minuti: perse.