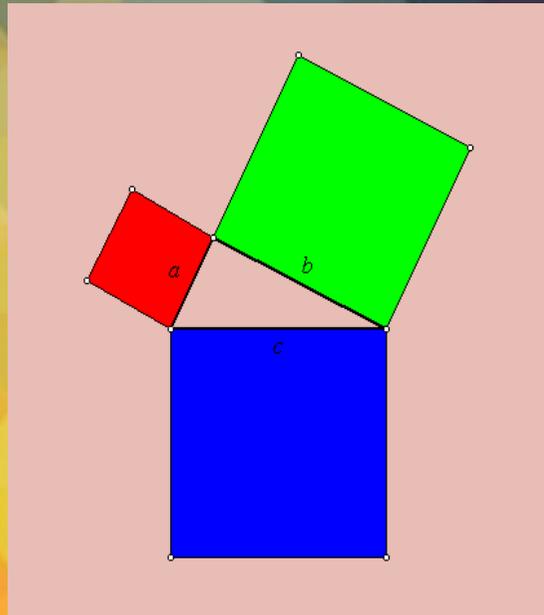


PITAGORA : nato a Samo nella prima metà del VI sec. a. C., fu un matematico e filosofo del sec. 6° a. C. Un dato di rilievo è il suo trasferimento dalla Grecia in Italia meridionale dove fondò, a Crotona, una celebre scuola filosofica nelle forme di una comunità religiosa con intenti di rigenerazione morale e politica. La dottrina che caratterizza, più comunemente, la filosofia pitagorica è quella che considera il numero come essenza di tutte le cose, in quanto ogni aspetto del reale veniva ricondotto a una reciproca relazione o armonia di quantità numerabili (modello per eccellenza era ritenuta la concordanza dei suoni, la "symphonia", realizzata nella musica attraverso intervalli matematici). Tutti i numeri, per i Pitagorici, erano suddivisi in due classi, dei pari e dei dispari. A Pitagora e alla sua scuola si deve la distinzione tra logistica e aritmetica, cioè tra le regole pratiche di calcolo sui numeri (interi) e la scienza dei numeri. Pare certo che a Pitagora e ai pitagorici siano da attribuire: la definizione dei numeri amichevoli e dei numeri perfetti; la rappresentazione geometrica dei numeri interi mediante gruppi di punti disposti in modo da formare figure geometriche regolari, che permise ai pitagorici di conseguire risultati importanti relativi ai quadrati perfetti, alla somma dei termini di una progressione aritmetica, ecc. Quanto alla geometria, oltre al famoso "Teorema di Pitagora", alla scuola pitagorica sono attribuiti: il teorema secondo cui la somma degli angoli interni di un triangolo è uguale a due angoli retti; la risoluzione geometrica delle equazioni di 2° grado; i primi elementi della teoria delle proporzioni e della similitudine; la scoperta degli incommensurabili; la costruzione dei «corpi cosmici», cioè dei cinque poliedri regolari, o almeno di alcuni tra di essi. Ma a Pitagora la fondazione della geometria razionale. Il desiderio di dare una giustificazione rigorosa e generale, non empirica né limitata a pochi casi spinse lui e i suoi allievi a ordinare la geometria in catene di deduzioni che, partendo da verità semplici ed evidenti, condussero gradualmente alla scoperta di proprietà sempre più riposte.

GENNAIO 2015



IL TEOREMA DI PITAGORA

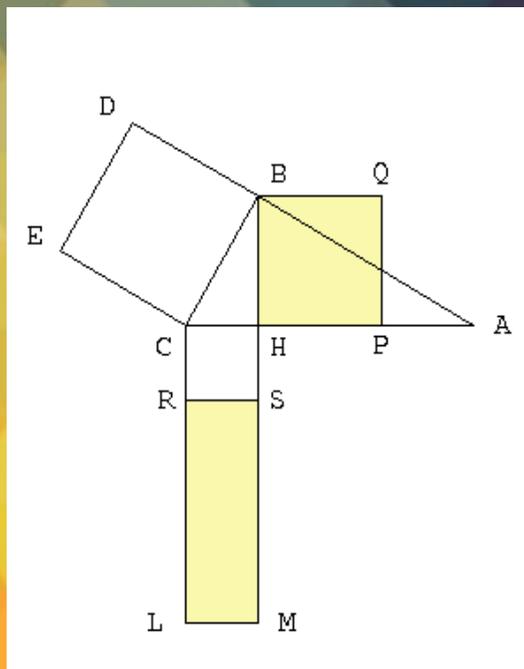
"Preso un triangolo rettangolo, l'area del quadrato costruito sull'ipotenusa è pari alla somma dell'area dei quadrati costruiti sui cateti."

LUN	MAR	MER	GIO	VEN	SAB	DOM
			1	2	3	4
5	6	7	8	9	10	11
12	13	14	15	16	17	18
19	20	21	22	23	24	25
26	27	28	29	30	31	



EUCLIDE : è stato un matematico e uno scienziato greco, autore di numerosi trattati, operò attorno al 300 a. C. nella colonia di Alessandria. Euclide è particolarmente noto per un'opera, gli "Elementi", contenente quelli che erano all'epoca i fondamenti della matematica (soltanto dell'aritmetica e della geometria, dal momento che i Greci ignoravano l'algebra), presentati in struttura assiomatica. È importante notare che, benché gran parte dei contenuti degli "Elementi" non siano originali, quest'opera fu tra le più influenti per lo sviluppo del pensiero e della cultura occidentale. Ci sono pervenute altre quattro opere di Euclide sulle tecniche per risolvere problemi geometrici e sull'applicazione della geometria all'astronomia e alla prospettiva. Tra le opere andate perdute e quelle attribuite, si annoverano trattati di geometria superiore, sulle sezioni coniche, sui metodi di ragionamento logico e scientifico, sull'ottica degli specchi e sulla musica. Della vita di questo matematico e del suo contesto ignoriamo praticamente tutto. Il progetto che sottende gli Elementi rimane ipotetico. Certamente non fu scritto come un manuale di propedeutica matematica, poiché l'opera non si adegua all'esposizione elementare, ed è troppo difficile e astratta per rivolgersi a studenti alle prime armi, a causa del suo impianto logico. Tutto lascia supporre che gli "Elementi" fossero i primi ad assegnare alla matematica una struttura così rigorosamente assiomatica. Vale a dire che Euclide, in base alle definizioni degli enti che costituiscono i fondamenti della matematica insieme agli "assiomi", o principi evidentemente ed indiscutibilmente veri che determinano le proprietà essenziali di questi enti, arrivò a dedurre in maniera sostanzialmente rigorosa tutta l'aritmetica e la geometria elementari. Perciò dalla verità evidente e necessaria dei primi principi e dal rigore della successiva deduzione, viene garantita la verità certa di tutta la matematica. Dei cinque assiomi (così come delle numerose definizioni) proposti da Euclide, uno (il quinto, che tratta dell'intersezione tra un segmento e due linee parallele e che porta come conseguenza all'unicità della parallela per un punto a una retta data) venne considerato problematico fin dall'antichità. Lo studio di questo assioma e delle sue alternative generò differenti geometrie. Sebbene i matematici greci a lui posteriori fossero generalmente assai rigorosi, non sopravvive alcun tentativo di ampliamento degli assiomi euclidei che eguagli gli Elementi. L'influenza degli Elementi su altri matematici non fu immediata e soltanto attorno al secolo 2° o 1° a. C. iniziarono a essere considerati come uno dei fondamenti della matematica. È di indiscutibile rilievo l'impatto degli Elementi sulla cultura occidentale. Fino al secolo 17° l'opera costituì infatti la base del pensiero matematico e l'essenza stessa della matematica, e non ebbe rivali fino alla fine del sec. 19°; dal Medioevo fin quasi al sec. 19°, fu ritenuta un modello di ragionamento e, in una certa misura, del metodo stesso con cui veniva insegnata.

FEBBRAIO 2015



PRIMO TEOREMA DI EUCLIDE

« In un triangolo rettangolo il quadrato costruito su un cateto è equivalente al rettangolo che ha per dimensioni la sua proiezione sull'ipotenusa e l'ipotenusa stessa »

SECONDO TEOREMA DI EUCLIDE

« In ogni triangolo rettangolo il quadrato costruito sull'altezza relativa all'ipotenusa è equivalente al rettangolo avente i lati congruenti alle proiezioni dei cateti sull'ipotenusa »

LUN	MAR	MER	GIO	VEN	SAB	DOM
						1
2	3	4	5	6	7	8
9	10	11	12	13	14	15
16	17	18	19	20	21	22
23	24	25	26	27	28	



LEONARDO FIBONACCI : (detto Leonardo Pisano). (n. Pisa 1175 circa - m. 1235 circa) è stato un matematico che è da considerare, per il suo "*Liber abbaci*" (1202; rielaborato nel 1228) e per la sua "*Practica geometriae*" (1220) tra i più grandi matematici del Medioevo. Influenzato da Euclide e dagli Arabi e anche da Erone (soprattutto nella "*Practica geometriae*") e da Diofanto, sconosciuto in Occidente, la sua opera rappresenta la prima felice sintesi in Europa dello spirito e dei procedimenti della geometria greca e degli strumenti di calcolo elaborati dalla matematica araba e alessandrina. Dalla prefazione del "*Liber abbaci*", unica fonte per la biografia del Fibonacci, si sa che egli fu istruito "nell'abbaco al modo degli Hindi", cioè nella numerazione che oggi chiamiamo arabica, sin dall'infanzia, a Bugia presso Algeri, dove il padre (Guglielmo Bonacci; donde il nome Fibonacci, cioè filius Bonaccii) era impiegato di dogana per conto dei mercanti pisani che ivi facevano capo; più tardi ebbe modo di conoscere sia le opere di Euclide sia i lavori matematici degli Arabi, viaggiando nel bacino del Mediterraneo per commercio prima di stabilirsi definitivamente, verso la fine del secolo, a Pisa, dove ricoprì fra l'altro la carica di revisore dei "libri delle ragioni" del Comune. Nel "*Liber abbaci*" (diviso in 15 capitoli) espone la numerazione posizionale indiana (adottata dagli Arabi), fino a quel momento ignorata o quasi in Europa, e tratta di una gamma assai vasta di problemi: dalle operazioni elementari con le cifre arabe a un complesso di operazioni con frazioni (tra cui la scomposizione di una frazione ordinaria in una somma di frazioni semplici tutte diverse e aventi l'unità per numeratore; per es., $11/12=1/2+1/3+1/12$); dalla successione numerica 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, ... conosciuta come "Successione di Fibonacci" in cui ogni elemento è uguale alla somma dei due precedenti, a questioni varie di algebra e di geometria. Particolare importanza il "*Liber abbaci*" riveste nella storia della computisteria e della ragioneria, per la formulazione di alcune norme per la tenuta di chiari libri contabili e per i capitoli dedicati all'applicazione della matematica a problemi di carattere tecnico-commerciale; in esso si trovano inoltre acute spiegazioni monetarie e la prima intuizione della teoria di Nicola d'Oresme sul valore intrinseco della moneta in contrapposizione alle teorie dominanti della moneta-segno.

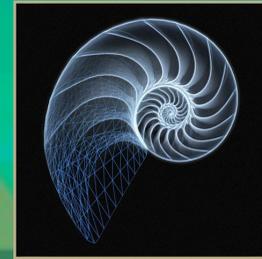
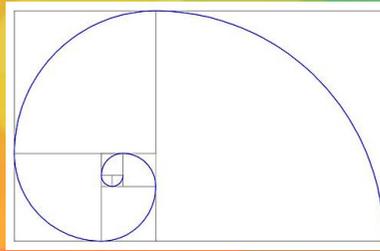
MARZO 2015

LA SUCCESSIONE DI FIBONACCI

In matematica la successione di Fibonacci è "una successione di numeri interi positivi in cui ciascun numero è la somma dei due numeri precedenti e i primi due termini della successione sono per definizione 1 e 1 (dato dalla sommadi 1 + 0)". Gli elementi di questa successione sono anche detti numeri di Fibonacci. I primi termini della successione (come si può vedere nella figura qui accanto sono "1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144...". L'intento di Fibonacci era quello di trovare una legge matematica che potesse descrivere la crescita di una popolazione di conigli. Il rapporto tra un numero della successione e il suo precedente tende al numero algebrico irrazionale chiamato "sezione aurea". In termini matematici, chiamato F_n un elemento della successione e F_{n-1} il numero che lo precede, per n che tende ad infinito abbiamo:

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{F_n}{F_{n-1}} = \varphi$ dove $\varphi = 1,6180339887...$. Naturalmente il rapporto tra un numero di Fibonacci e il suo successivo tende al reciproco della sezione aurea $\frac{1}{\varphi} = 0,6180339887...$

In geometria e in natura, se si disegna un rettangolo con i lati in rapporto aureo fra di loro, lo si può dividere in un quadrato e un altro rettangolo simile a quello grande nel senso che anche i suoi lati stanno fra loro in rapporto aureo. A questo punto il rettangolo minore può essere diviso in un quadrato e un rettangolo che ha pure i lati in rapporto aureo e così via. La curva che passa per i vertici consecutivi di questa successione di rettangoli è una spirale che troviamo spesso nelle conchiglie e nella disposizione dei semi del girasole e delle foglie su un ramo. Tale spirale è detta "spirale di Fibonacci". Nelle immagini qui sotto possiamo vedere la spirale che passa per i vertici consecutivi dei rettangoli e la spirale in una conchiglia.



1
1
2
3
5
8
13
21
34
55
89
144
233
377
610
987
1597
2584
4181
6765
10946
17711

LUN	MAR	MER	GIO	VEN	SAB	DOM
						1
2	3	4	5	6	7	8
9	10	11	12	13	14	15
16	17	18	19	20	21	22
23	24	25	26	27	28	29
30	31					

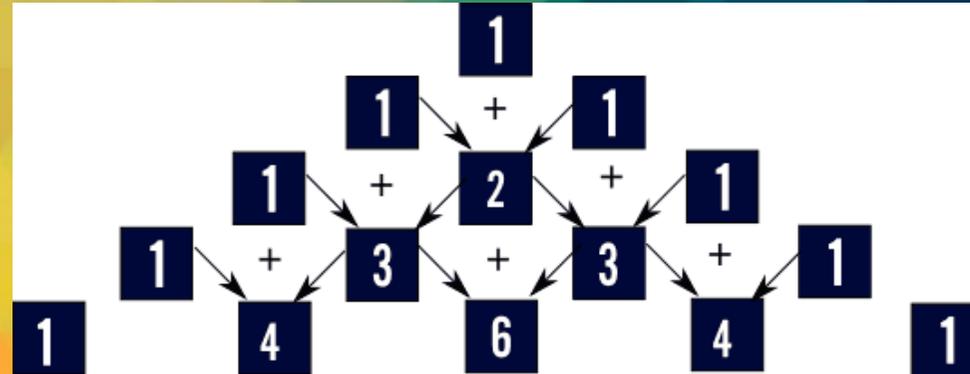


NICCOLÒ FONTANA, (detto "Tartaglia") (Brescia 1499 circa - Venezia 1557) è stato un matematico. Affrontò molte questioni di matematica pura e applicata e scoprì, contendendola con Gerolamo Cardano, la formula risolutiva dell'equazione di terzo grado. A lui si deve la prima traduzione italiana degli Elementi di Euclide (1543). Tartaglia è un soprannome, che egli accettò come cognome, dovuto alla balbuzie procuratagli dalla ferita alla bocca infertagli da un soldato francese nel sacco di Brescia (1512). Fu autodidatta: si narra che, per l'estrema povertà della famiglia, poté andare alla "scuola di scrivere" solo per una quindicina di giorni, all'età di 14 anni. Per questo ebbe sempre vivo l'orgoglio per le cognizioni da lui acquisite e per le scoperte da lui fatte al di fuori delle accademie e delle università. Ciò spiega la particolare vivacità delle molte polemiche scientifiche, il suo bisogno di mettersi pubblicamente a confronto attraverso "cartelli di matematica disfida" con i massimi matematici suoi contemporanei. Egli si occupò genialmente di molti e diversi rami della matematica pura e applicata, dall'aritmetica ai problemi di massimo e minimo; nell'opera *"Quesiti et inventioni diverse"* (1546) s'interessò anche di balistica e di fortificazioni. Ma è la parte da lui avuta nella scoperta della formula risolutiva dell'equazione cubica generale che eleva il suo nome al di sopra di quello degli altri matematici della fiorentina scuola algebrica italiana del Sedicesimo Secolo. Le formule erano allora considerate da molti matematici come un "segreto del mestiere" e non venivano pertanto comunicate, o, per lo meno, non venivano pubblicamente dimostrate. Accadde così che Dal Ferro scoprì (1515) la formula risolutiva dell'equazione cubica ridotta (cioè priva del termine di 2° grado. La scoperta restò nella cerchia della scuola bolognese e Tartaglia la scoprì vent'anni dopo (1535), da solo, stimolato da un "cartello di matematica disfida" di Del Fiore, al quale la formula era pervenuta senza dimostrazione. Fontana confidò la sua scoperta quattro anni dopo (1539) a Cardano, nella speranza di essere da lui introdotto nel mondo accademico: tenne segreta la dimostrazione, e impegnò Cardano a non pubblicare nulla prima di lui. Ma Cardano e il suo allievo Ferrari non solo trovarono in casa di Annibale Della Nave la dimostrazione di Dal Ferro, ma riuscirono a estendere la formula al caso più generale, e a gettare le basi di una teoria generale delle equazioni algebriche. Non decidendosi Tartaglia a pubblicare, Cardano si ritenne libero dall'impegno e nella sua *"Ars magna"* (1545) espose i risultati. Ne nacque così una lunga e famosa polemica con Cardano e Ferrari, con lo scambio di ben sei cartelli di disfida.

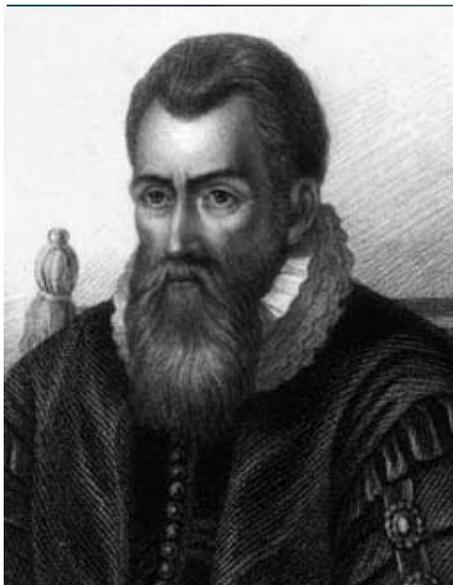
APRILE 2015

IL TRIANGOLO DI TARTAGLIA

Il "Triangolo di Tartaglia" è una disposizione geometrica dei coefficienti dello sviluppo del binomio $(a+b)^n$ elevato ad una qualsiasi potenza n , a forma di triangolo. In ciascuna riga si può osservare che gli elementi di questa costruzione si ottengono come somma di due elementi adiacenti della riga precedente, per esempio nella quinta riga del triangolo (contando dall'alto) possiamo vedere come il numero "4" sia la somma di "1+3" della riga precedente e "6" la somma "3+3" sempre della quarta riga. L'applicazione principale del triangolo di Tartaglia è nello sviluppo delle potenze di un binomio. Se ad esempio si vuole scrivere lo sviluppo di $(a+b)^3$, è sufficiente andare alla quarta riga del triangolo di Tartaglia per trovare i coefficienti del polinomio risultante, cioè 1, 3, 3, 1, infatti $(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$. Possiamo quindi affermare che alla N -esima riga troviamo i coefficienti della n -esima potenza di binomio, dove $n = N+1$.



LUN	MAR	MER	GIO	VEN	SAB	DOM
		1	2	3	4	5
6	7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26
27	28	29	30			



NEPERO: John Napier, noto come Giovanni Nepero o, più spesso, semplicemente Nepero (Merchiston Castle, 1550 - Edimburgo, 4 aprile 1617), è stato un matematico, astronomo e fisico scozzese, celebre per l'introduzione del logaritmo naturale, dei bastoncini (o ossi) di Nepero e anche per aver sostenuto l'uso delle frazioni decimali e del punto come separatore decimale. Non era un matematico di professione, bensì un ricco proprietario terriero scozzese di nobile famiglia che riusciva a condurre i suoi poderi con efficace razionalità. Sentiva in modo particolare la necessità di costruire un sistema che consentisse l'esecuzione di calcoli con grande velocità. Al riguardo, nel suo libro *Rabdologiae* dato alle stampe nel 1617, affermava: *Eeguire calcoli è operazione difficile e lenta e spesso la noia che ne deriva è la causa principale della disaffezione che la maggioranza della gente prova nei confronti della matematica*. Napier inventò un dispositivo di calcolo, poi noto come bastoncini di Nepero o anche ossi di Napier, che consente di svolgere le moltiplicazioni in modo piuttosto semplice. Egli si dedicò anche all'astrologia e sostenne che l'Apocalisse si sarebbe verificata nel 1700 o nel 1688. I calcoli mediante i logaritmi hanno contribuito allo sviluppo di una mentalità quantitativa anche nelle attività tecnologiche e finanziarie e hanno avuto un'influenza molto rilevante sullo sviluppo dei commerci e delle attività imprenditoriali e sulla nascita del mondo industriale a partire dalla seconda parte del XVII secolo.

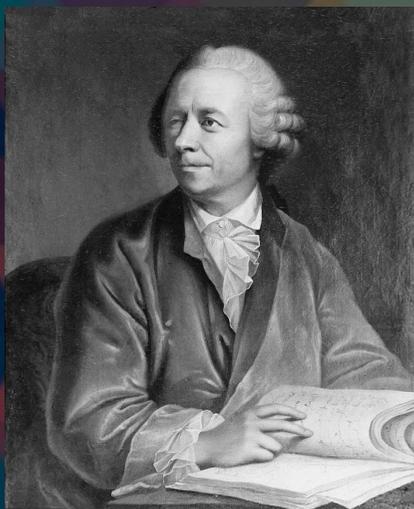
MAGGIO 2015

LA COSTANTE DI NEPERO

In matematica, il simbolo e denota una costante molto importante a causa della sua applicazione in diversi campi. Poiché e corrisponde ad un numero irrazionale (in particolare ad un numero trascendente), non è esprimibile come frazione o come numero decimale periodico. La sua espressione con 55 cifre decimali è : 2, 7182818284590452353602874713526624977572470936999595749. In ambito internazionale questa costante viene chiamata "numero di Eulero", in Italia viene chiamata anche "numero di Nepero". Il numero di Nepero è collegato con la funzione esponenziale, che associa ad un numero reale x il numero dato dalla potenza e^x con la funzione "logaritmo naturale" (la funzione inversa dell'esponenziale). In maniera formale è possibile definire e come il valore che la funzione esponenziale assume e^x assume in $x = 1$.



LUN	MAR	MER	GIO	VEN	SAB	DOM
				1	2	3
4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17
18	19	20	21	22	23	24
25	26	27	28	29	30	31



EULERO : Leonhard Euler, noto in Italia come Eulero (Basilea, 15 aprile 1707 - San Pietroburgo, 18 settembre 1783), è stato un matematico e fisico svizzero. È considerato il più importante matematico dell'Illuminismo. È noto per essere tra i più prolifici di tutti i tempi e ha fornito contributi storicamente cruciali in svariate aree: analisi infinitesimale, funzioni speciali, meccanica razionale, meccanica celeste, teoria dei numeri, teoria dei grafi. Eulero è stato senz'altro il più grande fornitore di "denominazioni matematiche", offrendo il suo nome a una quantità impressionante di formule, teoremi, metodi, criteri, relazioni, equazioni in geometria: il cerchio, la retta e i punti di Eulero relativi ai triangoli, più la relazione di Eulero, che riguardava il cerchio circoscritto a un triangolo; nella teoria dei numeri: il criterio di Eulero, l'indicatore di Eulero, l'identità di Eulero, la congettura di Eulero; nella meccanica: gli angoli di Eulero, il carico critico di Eulero (per instabilità); nell'analisi: la costante di Eulero-Mascheroni; in logica: il diagramma di Eulero-Venn; nella teoria dei grafi: (di nuovo) la relazione di Eulero; nell'algebra: il metodo di Eulero (relativo alla soluzione delle equazioni di quarto grado); nel calcolo differenziale: il metodo di Eulero (riguardante le equazioni differenziali). Anche se fu prevalentemente un matematico diede importanti contributi alla fisica e in particolare alla meccanica classica e celeste. Per esempio sviluppò l'equazione delle travi di Eulero-Bernoulli e le equazioni di Eulero-Lagrange. Buona parte della simbologia matematica tuttora in uso venne introdotta da Eulero, per esempio i per i numeri immaginari, Σ come simbolo per la sommatoria, $f(x)$ per indicare una funzione. Diffuse l'uso della lettera π per indicare pi greco.

GIUGNO 2015

L'IDENTITÀ DI EULERO

L' "identità di Eulero" è la seguente uguaglianza : $e^{i\pi} + 1 = 0$, dove "e" è la base dei numero naturali (nonché la costante matematica conosciuta come "numero di Nepero"), "i" è l'unità immaginaria, cioè il numero complesso il cui quadrato è "-1", e "π" è "Pi greco", cioè il rapporto fra la lunghezza di una circonferenza e il suo diametro. Quest'identità è il caso particolare della formula di Eulero dell'analisi complessa che afferma che : $e^{ix} = \cos(x) + i \sin(x)$, per ogni numero reale x , dove "cos" e "sen" rispettivamente la funzione coseno e la funzione seno. Se $x = \pi$, allora $\cos x = \cos \pi = -1$ e $\sin x = \sin \pi = 0$, segue che $e^{i\pi} = -1$ e quindi $e^{i\pi} + 1 = 0$. Inoltre l'identità di Eulero è stata da poco considerata come la "formula più bella" da un gruppo di matematici ai quali sono state sottoposte delle formule e veniva loro richiesto di classificarle in "ordine di bellezza".

$$e^{i\pi} + 1 = 0$$

LUN	MAR	MER	GIO	VEN	SAB	DOM
1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14
15	16	17	18	19	20	21
22	23	24	25	26	27	28
29	30					

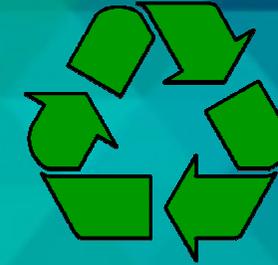
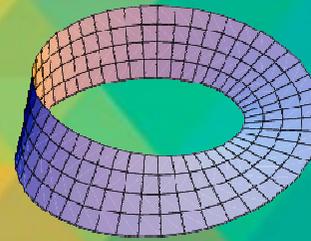
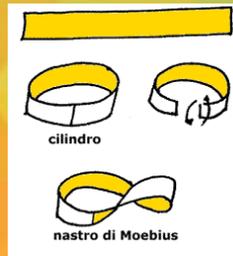


AUGUST FERDINAND MÖBIUS : (Bad Kösen, 17 novembre 1790 - Lipsia, 26 settembre 1868) è stato un matematico e astronomo tedesco, la cui notorietà è dovuta principalmente alla scoperta del nastro di Möbius, una superficie bidimensionale che, immersa in uno spazio tridimensionale euclideo, presenta una sola linea di bordo e una sola faccia. Nel 1813 si trasferì a Gottinga per studiare astronomia con Gauss nel suo osservatorio e successivamente si recò ad Halle per studiare matematica con Johann Friedrich Pfaff. Nel 1815 Möbius scrisse la sua tesi dottorale sulla Occultazione delle stelle fisse e quindi la sua tesi di abilitazione sulle equazioni trigonometriche. Nel 1816 divenne, molto giovane, professore straordinario su una cattedra di astronomia e meccanica superiore all'Università di Lipsia, ma, a causa della sua scarsa capacità di attrarre studenti, divenne ordinario su una cattedra di astronomia solo nel 1844. Möbius fu il primo matematico ad introdurre le coordinate omogenee in geometria proiettiva. La trasformazione di Möbius, significativa nella geometria proiettiva, non deve essere confusa con la trasformata di Möbius relativa alla teoria dei numeri, che porta anch'essa il suo nome. Möbius condusse infatti studi nel campo della teoria dei numeri, introducendo l'importante funzione di Möbius e la formula di inversione di Möbius con il suo articolo dal titolo "Über eine besondere Art von Umkehrung der Reihen". Egli manifestò interesse per quelli che ora, seguendo Listing, chiamiamo problemi di topologia. Inoltre in una memoria presentata alla Académie des Sciences riguardante proprietà dei poliedri, aveva discusso le caratteristiche di quello che ora è noto come nastro di Möbius. Va però rilevato che questa superficie era stata scoperta in modo indipendente poco tempo prima da Johann Benedict Listing.

LUGLIO 2015

IL NASTRO DI MÖBIUS

Il nastro di Möbius è un esempio di superficie non orientabile e di superficie rigata. Le superfici ordinarie, intese come le superfici che nella vita quotidiana siamo abituati ad osservare, hanno sempre due "lati" (o meglio, facce), per cui è sempre possibile percorrere idealmente uno dei due lati senza mai raggiungere il secondo, salvo attraversando una possibile linea di demarcazione costituita da uno spigolo (chiamata "bordo"): si pensi ad esempio alla sfera o al cilindro. Per queste superfici è possibile stabilire convenzionalmente un lato "superiore" o "inferiore", oppure "interno" o "esterno". Nel caso del nastro di Möbius, invece, tale principio viene a mancare: esiste un solo lato e un solo bordo. Dopo aver percorso un giro, ci si trova dalla parte opposta. Solo dopo averne percorsi due ci ritroviamo sul lato iniziale. Quindi per esempio si potrebbe passare da una superficie a quella "dietro" senza attraversare il nastro e senza saltare il bordo ma semplicemente camminando a lungo. Un nastro di Möbius può essere facilmente realizzato partendo da una striscia rettangolare ed unendone i lati corti dopo aver impresso ad uno di essi mezzo giro di torsione, pari a 180° . Essendo una superficie rigata, per ogni punto sul nastro passa almeno una retta che giace sulla superficie del nastro. Sono superfici rigate il piano, il cilindro e il cono e altre, mentre non sono superfici rigate la sfera, l'ellissoide e molte altre. In meccanica le cinghie di trasmissione possono utilizzare il nastro di Möbius per distribuire l'usura sulle due facce (e quindi durare di più). Un esempio di questa applicazione è rappresentato nelle vecchie trebbiatrici, che ricevevano il moto da un trattore posto ad alcuni metri tramite una cinghia con le facce incrociate. Nelle figure seguenti si può vedere la realizzazione di tale nastro a partire da una striscia rettangolare, un nastro di Möbius ed inoltre il simbolo internazionale del riciclaggio dei rifiuti è un esempio di nastro di Möbius.



LUN	MAR	MER	GIO	VEN	SAB	DOM
		1	2	3	4	5
6	7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26
27	28	29	30	31		



GEORG FRIEDRICH BERNHARD RIEMANN : (Breselenz, 17 settembre 1826 - Selasca, 20 luglio 1866) è stato un matematico e fisico tedesco. Contribuì in modo determinante allo sviluppo delle scienze matematiche. Dopo un anno passato all'università di Göttinga, nel 1847 Riemann si trasferì a Berlino. Qui fu in contatto con alcuni tra i matematici tedeschi più in vista dell'epoca, e fu allievo tra l'altro di Carl Gustav Jakob Jacobi e di Peter Gustav Lejeune Dirichlet. Ritornò a Göttinga per rifinire il suo lavoro di laurea nel 1849. La sua prima tesi risale al 1851 e riguarda una nuova teoria sulle funzioni di variabile complessa, ramo della matematica nascente in quel periodo che grazie al suo contributo ricevette un notevole impulso. "Tra i suoi lavori in campo matematico si ricordano quelli legati alla geometria, della quale rivoluzionò l'approccio allo studio (superfici di Riemann, sfera di Riemann, tensore di Riemann), quelli relativi all'analisi, anche complessa (integrale di Riemann, Funzione zeta di Riemann) e quelli sui numeri primi, con la relativa ipotesi. Più in particolare la geometria di Riemann, conosciuta anche come geometria ellittica, è la geometria della superficie di una sfera. Una retta in questa geometria corrisponde sempre e comunque ad uno dei cerchi massimi della sfera. Nella geometria di Riemann quindi non esistono parallele poiché ogni coppia di rette converge in punti antipodali. La somma degli angoli di un triangolo nella geometria Riemanniana è $>180^\circ$. La tesi in cui Riemann espone le sue idee si è trasformata in un classico della matematica tanto che lo stesso Albert Einstein ha usato i risultati di Riemann nella sua teoria della relatività generale.

AGOSTO 2015

L'IPOTESI DI RIEMANN

In teoria dei numeri analitica, l'ipotesi di Riemann è una congettura sulla distribuzione degli zeri non banali della funzione zeta di Riemann, $\zeta(s)$, definita come

$$\zeta(z) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^z}$$

per un numero complesso z con parte reale maggiore di 1 e prolungabile analiticamente a una funzione meromorfa su tutto il piano complesso. La congettura fu formulata per la prima volta nel 1859 da Bernhard Riemann, matematico di Göttinga. Considerata il più importante problema aperto della matematica, è uno dei ventitré problemi di Hilbert e uno dei sette Millennium Problems, per la soluzione di ciascuno dei quali il Clay Mathematics Institute ha offerto un premio da un milione di dollari. La sua importanza deriva dalle conseguenze che una sua dimostrazione avrebbe sulla teoria dei numeri primi. La congettura di Riemann riguarda invece gli zeri non banali e afferma che « La parte reale di ogni radice non banale è $1/2$ ». In altre parole, le radici non banali dovrebbero trovarsi tutte sulla retta descritta dall'equazione " $s = 1/2 + it$ " con t numero reale e i unità immaginaria. L'andamento della funzione zeta (e in particolare la distribuzione dei suoi zeri) risulta quindi legato (attraverso altri passaggi che si omettono) alla distribuzione dei numeri primi immersi nell'insieme dei numeri naturali. Stabilire una regola matematica che dimostri l'esistenza o meno di una logica nell'assenza di una cadenza nella distribuzione dei numeri primi, significherebbe comprendere se vi è un'"aritmia" totale in quest'ultima o se essa manchi; questo potrebbe avere importanti ricadute sulle applicazioni informatiche odierne e future, poiché la crittografia utilizza sovente come chiavi numeri interi la cui fattorizzazione in numeri primi (molto grandi) non sia calcolabile in tempi accettabili. L'eventuale conoscenza della distribuzione di tale sequenza potrebbe permettere quindi di facilitare la fattorizzazione di cui sopra: si renderebbe perciò necessario trovare altre tecniche di sicurezza telematica, quali ad esempio la crittografia con le funzioni ellittiche modulari, che però sono anch'esse soggette a una congettura pendente o la crittografia quantistica, che per il momento sembra inattaccabile. Nel corso degli anni molti matematici hanno affermato di aver dimostrato l'ipotesi di Riemann. Un caso particolare è costituito da Louis de Branges de Bourcia, matematico già famoso per aver risolto la congettura di Bieberbach. Nel 1992, de Branges propose e pubblicò sul suo sito una dimostrazione basata su argomenti di analisi funzionale, ma i teorici dei numeri rimasero scettici e otto anni dopo Brian Conrey e Xian-Jin Li pubblicarono un articolo in cui fornirono controesempi che implicavano la non correttezza della dimostrazione. Negli anni successivi, de Branges ha modificato spesso la dimostrazione, basandosi comunque sullo stesso tipo di idee. Tuttavia, sebbene finora nessuno abbia verificato la correttezza della dimostrazione dopo le modifiche apportate, anche la nuova versione viene comunemente ritenuta sbagliata in quanto gli argomenti utilizzati sono ritenuti inadeguati ad attaccare il problema.

LUN	MAR	MER	GIO	VEN	SAB	DOM
					1	2
3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16
17	18	19	20	21	22	23
24	25	26	27	28	29	30
31						

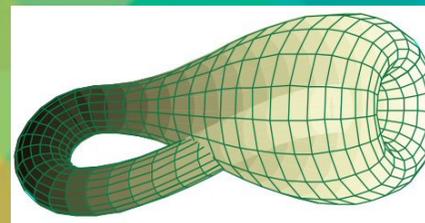


FELIX KLEIN : (Düsseldorf 1849 - Gottinga 1925) è stato un matematico tedesco, autore di rilevanti contributi alla geometria, realizzò una classificazione di tale materia fondata sul concetto di gruppo, studiò le superfici algebriche (in topologia la bottiglia di Klein è una superficie non orientabile a una sola faccia) e si interessò ai fondamenti della geometria (programma di Klein o programma di Erlangen). Assistente di Julius Plücker a 17 anni, poi professore nelle università di Erlangen (1872-1875), Monaco (1875-1880), Lipsia (1880-1886) e Gottinga (dal 1886). Socio straniero dei Lincei (1883). Fondò a Gottinga un istituto di matematiche applicate, concepì e diresse la "Encyklopädie der mathematischen Wissenschaften" (dal 1898). La sua opera, che porta contributi geniali in svariati campi, è ispirata all'idea di una stretta relazione non solo tra i vari rami della matematica ma anche tra questa e le altre scienze. Del resto, il vivo interesse di Klein per la fisica è rivelato dal modo stesso di porre i problemi e di presentare i risultati. Nel campo delle equazioni algebriche Klein scoprì interessanti legami tra il gruppo di Galois dell'equazione generale di 5° grado e il gruppo delle rotazioni che sovrappongono a sé stesso un icosaedro regolare, e illuminò in tal modo i procedimenti indicati da L. Brioschi, C. Hermite e L. Kronecker per risolvere quell'equazione mediante le funzioni ellittiche modulari. Egli fu di qui portato ad approfondire la teoria delle funzioni automorfe, sulle quali, per altra via, eseguiva allora ricerche H. Poincaré. Altre importanti ricerche di Klein riguardano la geometria della retta, la forma delle curve e delle superfici algebriche, ecc.

SETTEMBRE 2015

LA BOTTIGLIA DI KLEIN

La "bottiglia di Klein" è una superficie non-orientabile di genere 2, cioè una superficie per la quale non c'è distinzione fra "interno" ed "esterno". È strettamente correlata al nastro di Möbius e alle immersioni del piano proiettivo reale come la superficie di Boy. Vediamo com'è fatta. Si immagina una bottiglia con un buco sul fondo. Ora si estenda il collo della bottiglia, curvandolo su se stesso, fino ad inserirlo lateralmente all'interno di questa. Questa operazione richiede nello spazio tridimensionale che il collo perfori la parete della bottiglia: effettuata però nello spazio euclideo quadridimensionale, l'operazione può essere fatta senza toccare la parete. Infine, si colleghi il collo con il buco in fondo. Diversamente da un bicchiere, questo oggetto non ha "bordi" dove la superficie termina bruscamente. Diversamente da un pallone, una mosca può andare dall'interno all'esterno senza attraversare la superficie (quindi non esiste realmente un "dentro" e un "fuori"). Il nome "Bottiglia di Klein" pare essere nato da una traduzione errata del termine tedesco "Fläche" che significa superficie. Questo è stato confuso con la parola "Flasche" che significa bottiglia. Ciò nonostante, il nome è considerato corretto anche in tedesco. Come il nastro di Möbius, la bottiglia di Klein è una varietà differenziabile bidimensionale non orientabile. Diversamente dal nastro di Möbius, la bottiglia di Klein è una varietà chiusa, vale a dire che è una varietà compatta senza bordo. Mentre il nastro di Möbius può essere rappresentato all'interno dello spazio euclideo tridimensionale, la bottiglia di Klein non può (e infatti nelle rappresentazioni grafiche tridimensionali la superficie è costretta ad autointersecarsi da qualche parte) ma può essere rappresentata nello spazio euclideo quadridimensionale. La bottiglia di Klein può essere costruita (in senso matematico) "incollando" i margini di due nastri di Möbius. Se una bottiglia di Klein è divisa in due lungo il suo piano di simmetria, il risultato è un nastro di Möbius. Si tenga presente che l'intersezione raffigurata non esiste veramente. Infatti è possibile tagliare la bottiglia di Klein in un singolo nastro di Möbius.



LUN	MAR	MER	GIO	VEN	SAB	DOM
	1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	11	12	13
14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27
28	29	30				



DAVID HILBERT : (Königsberg 1862 - Gottinga 1943) è stato un matematico tedesco ed è la figura più notevole della matematica della prima metà del Novecento e forse dell'intero secolo. Frequentò l'università a Königsberg e dal 1895 al 1929 fu professore all'università di Gottinga. Fin dal 1903 socio straniero dei Lincei. Si può dividere approssimativamente la sua attività di ricerca in vari periodi e in vari campi, quali : studio delle forme algebriche (teorema della base di Hilbert); teoria algebrica dei numeri; fondamenti della geometria; tematiche di analisi (principio di Dirichlet, calcolo delle variazioni, equazioni integrali, problema di Waring); fisica teorica e fondamenti della fisica relativistica; fondamenti della matematica. Una conferma della universalità di interessi di Hilbert è data dal celebre elenco di 23 problemi fondamentali, su tutto l'arco della materia, da lui presentati al Congresso di matematica di Parigi del 1900, il cui studio e ricerca delle soluzioni hanno scandito tanta parte della matematica del Novecento. Come stile di indagine Hilbert introdusse metodi diretti, in generale non costruttivi, spesso superando proprio in questo modo ostacoli fino ad allora insormontabili per altri. Infatti, secondo Hilbert, il valore delle dimostrazioni puramente esistenziali consiste nel fatto che rendono superflue le costruzioni dei singoli enti e che costruzioni estremamente differenti possono essere sintetizzate in un'unica idea fondamentale. Un discorso a parte merita la sua attività nel campo dei fondamenti della matematica il cui interesse iniziò con i "*Grundlagen der Geometrie*" (1899), una riorganizzazione della geometria euclidea che assumeva i concetti primitivi euclidei di punto, retta e piano, e le relazioni primitive, la congruenza e il parallelismo come punto di partenza, senza però attribuire loro alcun significato intuitivo ma solo quello che emerge dai collegamenti reciproci espressi negli assiomi. Privi di contenuto intuitivo gli assiomi non sono più "veri": devono solo essere non contraddittori e allora si applicheranno a infiniti sistemi di enti. È questo il nucleo della metamatematica e del programma hilbertiano: la necessità di uno studio "dall'esterno" delle teorie matematiche per assicurare la coerenza della matematica con mezzi sicuri. Hilbert propose perciò di trasformare le teorie in sistemi puramente formali di segni (i simboli linguistici in cui si esprimono le teorie stesse una volta fissata in modo rigido la morfologia del linguaggio) e di assumere come "sicure" solo le manipolazioni di tali segni svolte secondo regole "finitarie" fissate. Dimostrare che una teoria è coerente vorrà dire dimostrare l'impossibilità di derivare al suo interno una sequenza di segni e la sua "negazione" formale. Dopo una notevole mole di lavoro tecnico in questa direzione, i risultati di Kurt Gödel dimostrarono sostanzialmente l'impossibilità del sogno hilbertiano.

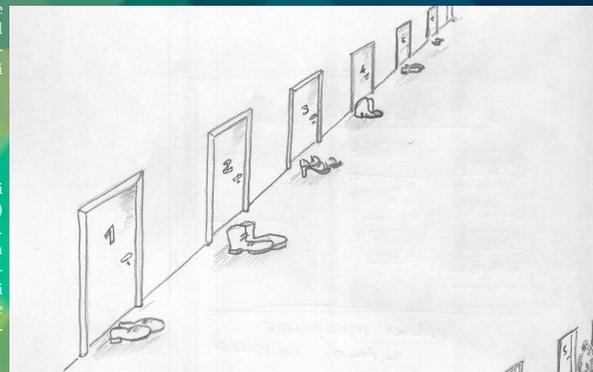
OTTOBRE 2015

IL PARADOSSO DEL GRAND HOTEL

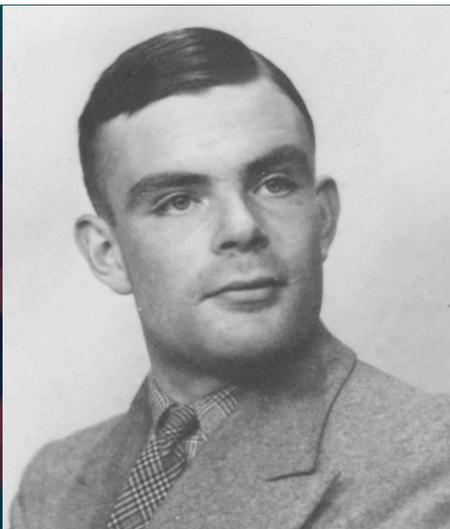
Il paradosso del Grand Hotel è un celebre paradosso inventato dal matematico David Hilbert per mostrare alcune caratteristiche del concetto di infinito, e le differenze fra operazioni con insiemi finiti ed infiniti. Hilbert immagina un hotel con infinite stanze, tutte occupate, ed afferma che qualsiasi sia il numero di altri ospiti che sopraggiungano, sarà sempre possibile ospitarli tutti, anche se il loro numero è infinito. Nel caso semplice, arriva un singolo nuovo ospite. Il furbo albergatore sposterà tutti i clienti nella camera successiva (l'ospite della 1 alla 2, quello della 2 alla 3, etc.); in questo modo, benché l'albergo fosse pieno è comunque, essendo infinito, possibile sistemare il nuovo ospite. Un caso meno intuitivo si ha quando arrivano infiniti nuovi ospiti. Sarebbe possibile procedere nel modo visto in precedenza, ma solo scomodando infinite volte gli ospiti (già spazientiti dal precedente spostamento): sostiene allora Hilbert che la soluzione sta semplicemente nello spostare ogni ospite nella stanza con numero doppio rispetto a quello attuale (dalla 1 alla 2, dalla 2 alla 4, etc.), lasciando ai nuovi ospiti tutte le camere con i numeri dispari, che sono essi stessi infiniti, risolvendo dunque il problema. Gli ospiti sono tutti dunque sistemati, benché l'albergo fosse pieno. Ancora più difficile: ci sono infiniti alberghi con infinite stanze tutti al completo. Tutti gli alberghi chiudono, tranne uno. Tutti gli ospiti vogliono alloggiare nell'unico albergo rimasto aperto. Sarebbe possibile procedere come prima, ma solo scomodando infinite volte gli ospiti. Un modo alternativo, invece, è di assegnare ad ogni persona una coppia di numeri (n,m) in cui n indica l'albergo di provenienza, e m la relativa stanza. Gli ospiti sono quindi etichettati in questo modo:

$(1, 1), (1, 2), \dots, (1, m), \dots$
 $(2, 1), (2, 2), \dots, (2, m), \dots$
 $\dots, \dots, \dots, (n, m), \dots$

A questo punto basta assegnare le nuove stanze agli ospiti secondo un criterio ordinato, ad esempio per diagonali: $(1, 1)$ nella stanza 1; $(2, 1)$ nella stanza 2; $(1, 2)$ nella stanza 3 e così via. Questo paradosso, nonostante sia piuttosto elementare, ha contribuito, all'epoca ai matematici, ed oggi a tutti, a far comprendere la differenza profonda e sostanziale tra gli insiemi finiti e infiniti, aprendo le porte a gran parte delle moderne branche dell'aritmetica moderna: analisi non-standard e transfinita su tutte.



LUN	MAR	MER	GIO	VEN	SAB	DOM
			1	2	3	4
5	6	7	8	9	10	11
12	13	14	15	16	17	18
19	20	21	22	23	24	25
26	27	28	29	30	31	

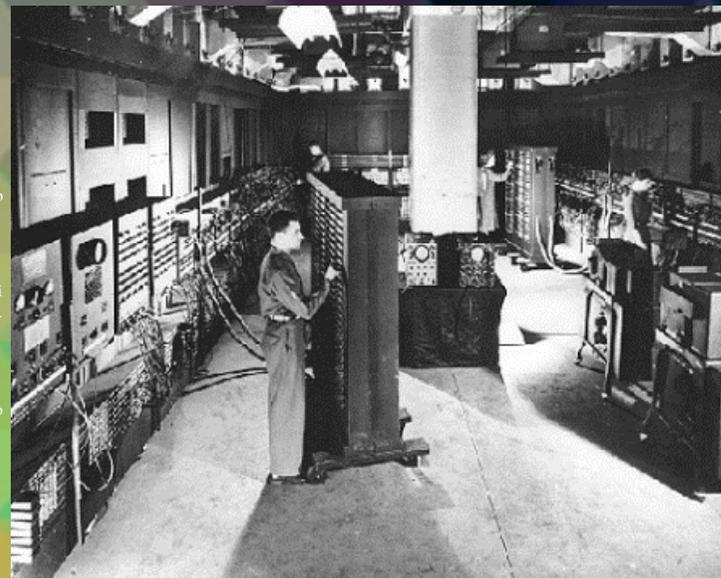


ALAN TURING : (Londra, 23 giugno 1912 - Wilmslow, 7 giugno 1954) è stato un matematico, logico e crittografo britannico, considerato uno dei padri dell'informatica e uno dei più grandi matematici del XX secolo. Il suo lavoro ebbe vasta influenza sullo sviluppo dell'informatica, grazie alla sua formalizzazione dei concetti di algoritmo e calcolo mediante la macchina di Turing, che a sua volta ha svolto un ruolo significativo nella creazione del moderno computer. Per questi contributi Turing è solitamente considerato il padre della scienza informatica e dell'intelligenza artificiale, da lui teorizzate già negli anni trenta (quando non era ancora stato creato il primo vero computer). Fu anche uno dei più brillanti crittoanalisti che operavano in Inghilterra, durante la seconda guerra mondiale, per decifrare i messaggi scambiati da diplomatici e militari delle Potenze dell'Asse. Turing lavorò infatti a Bletchley Park, il principale centro di crittoanalisi del Regno Unito, dove ideò una serie di tecniche per violare i cifrari tedeschi, incluso il "metodo della Bomba", una macchina elettromeccanica in grado di decodificare codici creati mediante la macchina "Enigma". Morì suicida a soli 41 anni, probabilmente in seguito alle persecuzioni subite da parte delle autorità britanniche a causa della sua omosessualità. Si dice che tutto cominciò con un furto. Era il 1952, Turing si rivolse alla polizia per denunciare un amico che aveva ospitato in casa e che l'aveva in seguito derubato. Da questa denuncia, le autorità britanniche arrivarono a concludere che Turing intratteneva abitualmente rapporti omosessuali, lo arrestarono e lo trascinarono in tribunale. Davanti al giudice, Turing non fece mistero dei propri gusti sessuali e dichiarò semplicemente che non ci trovava nulla di male. All'epoca l'omosessualità era ancora reato in Gran Bretagna e il matematico fu costretto a scegliere tra due opzioni irricevibili: la galera o la castrazione chimica. Per un anno intero, Turing si sottopose a iniezioni di estrogeni, vide la sua libido calare e sviluppò ginecomastia (crescita dei seni). Nonostante l'umiliazione e la tortura di Stato, Turing continuò a lavorare nei vari campi in cui si era precedentemente distinto. Ma durò poco: l'8 giugno del 1954 fu ritrovato morto suicida nella sua stanza, avvelenato da una mela intrisa di cianuro.

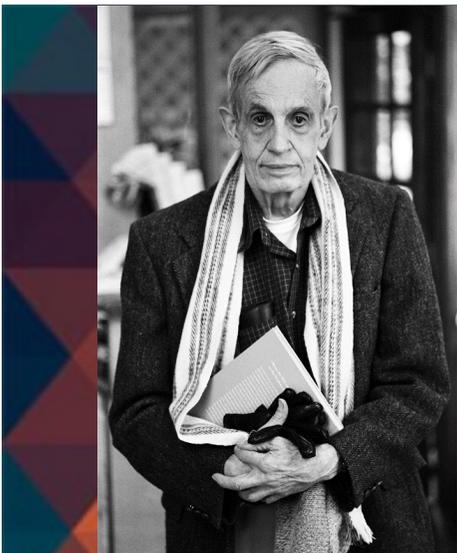
NOVEMBRE 2015

LA MACCHINA DI TURING

Una macchina di Turing è una macchina ideale che manipola i dati contenuti su un nastro di lunghezza potenzialmente infinita, secondo un insieme prefissato di regole ben definite. In altre parole, è un modello astratto che definisce una macchina in grado di eseguire algoritmi e dotata di un nastro potenzialmente infinito su cui può leggere e/o scrivere dei simboli. È un potente strumento teorico che viene largamente usato nella teoria della calcolabilità e nello studio della complessità degli algoritmi, in quanto è di notevole aiuto agli studiosi nel comprendere i limiti del calcolo meccanico. La sua importanza è tale che oggi, per definire in modo formalmente preciso la nozione di algoritmo, si tende a ricondurlo alle elaborazioni effettuabili con macchine di Turing, come modello di calcolo è stata introdotta nel 1936 da Alan Turing per dare risposta all' "Entscheidungsproblem" (problema di decisione) proposto da Hilbert nel suo programma di fondazione formalista della matematica.



LUN	MAR	MER	GIO	VEN	SAB	DOM
						1
2	3	4	5	6	7	8
9	10	11	12	13	14	15
16	17	18	19	20	21	22
23	24	25	26	27	28	29
30						



JOHN FORBES NASH : (Bluefield (West Virginia), 13 Giugno 1928) è un matematico ed economista statunitense. Dopo essersi laureato (1945) in matematica presso la Carnegie-Mellon University di Pittsburgh, nel 1948 ha conseguito il master e nel 1950, presso la Princeton University, il dottorato con una brillante tesi sulla teoria dei giochi. Per un breve periodo ha insegnato alla Princeton University ed è stato consulente della Rand Corporation, uno dei principali centri di ricerca sulla teoria dei giochi. Nel 1957 ha abbandonato l'insegnamento per gravi motivi di salute. Tornato a Princeton (1994), è stato nominato Visiting research collaborator. Nello stesso anno gli è stato conferito il premio Nobel per la sua analisi pionieristica dell'equilibrio nella teoria dei giochi non cooperativi. Negli ultimi vent'anni gli sviluppi di questa teoria hanno rivoluzionato l'analisi economica dell'organizzazione industriale, della politica monetaria, del commercio internazionale, nonché di altre discipline non strettamente legate all'economia.. In particolare, Nash ha contribuito a estendere considerevolmente i risultati degli studi di J. von Neumann e O. Morgenstern (*"Theory of games and economic behavior"*, 1944). Nash ha introdotto, nel 1950, il cosiddetto *"equilibrio di Nash"* che corrisponde a un equilibrio in cui vi sono due o più giocatori e ognuno simultaneamente sceglie una strategia ottima (che massimizza la sua utilità), date le scelte degli altri. Tale risultato è stato in seguito applicato a un vastissimo campo di fenomeni economici (dalla competizione sul mercato alle negoziazioni commerciali) che in precedenza erano spiegati come il risultato delle forze della domanda e dell'offerta, ma anche alla teoria dell'informazione, alla politica, al diritto, alla morale, alla biologia. Alcuni problemi che presenta l'equilibrio di Nash (in particolare il fatto che un gioco può avere più di un equilibrio oppure può non averne nessuno) sono stati in parte risolti con alcuni ampliamenti della sua definizione. Altri problemi sono rimasti insoluti: in particolare, l'equilibrio di Nash non comporta necessariamente una soluzione Pareto efficiente e quindi esiste almeno un altro equilibrio che garantisce un aumento della soddisfazione di un giocatore senza diminuire quella degli altri. Nash ha pubblicato articoli di rilievo in campo economico e si è inoltre occupato di argomenti più strettamente matematici. Una raccolta di suoi saggi scritti tra il 1950 e il 1954, che include i suoi contributi più significativi alla teoria dei giochi, cooperativi e non, è stata pubblicata in *"Essays on game theory"* (1996).

DICEMBRE 2015

L'EQUILIBRIO DI NASH

Nella *"Teoria dei giochi"* si definisce *"equilibrio di Nash"* un profilo di strategie (una per ciascun giocatore) rispetto al quale nessun giocatore ha interesse ad essere l'unico a cambiare. La prima formulazione di questo teorema, relativo alla nozione di equilibrio più famosa della teoria dei giochi per quel che riguarda i "giochi non cooperativi", appare in un brevissimo articolo apparso nel 1950 dove John Nash, ancora studente a Princeton, spiega la sua idea di fondere intimamente due concetti apparentemente assai lontani: quella di un punto fisso in una trasformazione di coordinate, e quella della strategia più razionale che un giocatore può adottare, quando compete con un avversario anch'esso razionale, estendendo la teoria dei giochi ad un numero arbitrario di partecipanti, o agenti. Nash dimostra che, sotto certe condizioni, esiste sempre una situazione di equilibrio, che si ottiene quando ciascun individuo che partecipa a un dato gioco sceglie la sua mossa strategica in modo da massimizzare il suo payoff, sotto la congettura che il comportamento dei rivali non varierà a motivo della sua scelta (vuol dire che anche conoscendo la mossa dell'avversario, il giocatore non farebbe una mossa diversa da quella che ha deciso). Il risultato di Nash può essere visto come una estensione rilevante rispetto al caso dei giochi a "somma zero" studiati in precedenza da John von Neumann. È opportuno fare una breve riflessione sul significato profondo del concetto di equilibrio di Nash. Si è visto infatti come esso rappresenti una situazione nella quale nessun agente razionale ha interesse a cambiare strategia e come sia il frutto della scelta, da parte di tutti i giocatori, della propria strategia dominante: l'equilibrio di Nash rappresenta quindi la situazione nella quale il gruppo si viene a trovare se ogni componente del gruppo fa ciò che è meglio per sé, cioè mira a massimizzare il proprio profitto a prescindere dalle scelte degli avversari. Tuttavia, non è detto che l'equilibrio di Nash sia la soluzione migliore per tutti. Infatti, se è vero che in un equilibrio di Nash il singolo giocatore non può aumentare il proprio guadagno modificando solo la propria strategia, non è affatto detto che un gruppo di giocatori, o, al limite, tutti, non possano aumentare il proprio guadagno allontanandosi congiuntamente dall'equilibrio. È noto infatti che l'equilibrio di Nash può non essere un *"ottimo di Pareto"*, e quindi possano esistere altre combinazioni di strategie che conducono a migliorare il guadagno di alcuni senza ridurre il guadagno di nessuno, o addirittura, come accade nel caso del dilemma del prigioniero, ad aumentare il guadagno di tutti. Il dilemma del prigioniero fornisce un valido spunto per confrontare i due concetti di equilibrio di Nash e ottimo di Pareto, e per comprenderne l'applicazione in economia. Le possibili scelte per due prigionieri in celle diverse non comunicanti sono parlare (accusando l'altro) o non parlare. Se entrambi non parlano avranno una pena leggera (1 anno); se entrambi parlano, accusandosi a vicenda, avranno una pena pesante (6 anni); se fanno scelte diverse, quello che parla avrà la libertà (0 anni) e l'altro avrà una pena leggermente più pesante (7 anni) che non se avessero confessato entrambi. Se entrambi conoscono queste regole e non prendono accordi, la scelta che corrisponde all'equilibrio di Nash è di parlare, per entrambi. Da questo esempio si vede che la teoria nei casi reali non è sempre la soluzione migliore (o talvolta non è sufficientemente realistica).



LUN	MAR	MER	GIO	VEN	SAB	DOM
	1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	11	12	13
14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27
28	29	30	31			