

# Un'unità didattica sul decadimento radioattivo

*L.M. Gratton, F. Operetto<sup>#</sup> e S. Oss.*

Dipartimento di Fisica, Università di Trento,

<sup>#</sup>Dipartimento di Fisica, Università di Trento e INFN.

Via Sommarive 14 - 38050 Povo (Trento) Italy

## *Abstract*

We present a didactic unit devoted to the introduction, at high school level, of the mathematical description (in a statistical sense) of radioactive decay. The most relevant probabilistic consequences of such an approach are very much emphasized through the use of dice tossing experiments. Actual radioactive measurements are carried out by adopting a chemically dissolved isotope with a relatively brief lifetime.

## **Introduzione**

Nei percorsi scolastici degli ultimi anni delle scuole superiori viene spesso affrontato l'argomento "radioattività" e vengono introdotti concetti quali "decadimento", "tempo di dimezzamento", ecc. Poiché oggi sono disponibili sul mercato prodotti a basso costo che permettono di effettuare misure sulla tempo di dimezzamento di una sostanza radioattiva con le attrezzature in genere presenti in un laboratorio scolastico, ci è parso utile affrontare l'argomento e proporre un'unità didattica sperimentale sul decadimento radioattivo.

L'idea è nata nell'ambito del progetto "Lauree Scientifiche" proposto dal MIUR. L'unità didattica qui descritta è stata pertanto proposta a più gruppi di studenti delle ultime due classi di scuole superiori di diversi indirizzi.

L'obiettivo è quello di familiarizzare gli studenti con il concetto di tempo di dimezzamento per eventualmente utilizzarlo in relazione, come esempio, al problema della datazione di reperti antichi.

Il metodo è basato su un approccio puramente sperimentale che parte da una situazione facilmente controllabile. Dall'analisi di questa situazione deve emergere l'esigenza di una modellizzazione formale, che viene costruita assieme agli studenti. Il modello viene verificato in una situazione un po' più complessa ed infine utilizzato per analizzare la situazione reale con un campione radioattivo.

I prerequisiti necessari sono minimi: basta che si conoscano le leggi aritmetiche delle potenze, sebbene per alcuni approfondimenti sarebbe utile che gli studenti conoscessero le funzioni esponenziali e logaritmiche. Nei nostri interventi abbiamo riscontrato che il tempo necessario per lo svolgimento dell'unità è di circa tre o quattro ore. Il materiale necessario, a parte la sorgente radioattiva di cui scriveremo in seguito, è costituito da un numero "sufficiente" di dadi per la prima parte e di contatori Geiger per la seconda parte.

## **Introduzione al problema: prima misura**

Divisi gli studenti in gruppi, vengono forniti  $N$  dadi a sei facce ( $N=100$  nel nostro caso) ad ogni gruppo. Il problema che si chiede di affrontare è il seguente: quante volte sarà necessario lanciare i dadi perché si dimezzi la "popolazione" iniziale (il numero iniziale) di dadi se dopo ogni lancio si eliminano quelli che presentano una faccia con un numero pari? Gli studenti non hanno difficoltà ad ipotizzare che si passerà in media da 100 a 50 dopo un lancio e poi da 50 a 25 dopo due lanci e così via. Sia quindi  $I$  il numero di lanci necessario perché la popolazione si dimezzi. Stabilita questa ipotesi, gli studenti eseguono due serie di lanci contando i dadi eliminati e quelli rimasti (un esempio della procedura utilizzata la si trova nel film "Eventi casuali"<sup>1</sup>). In Tabella 1 sono riportate delle tipiche serie di dati.

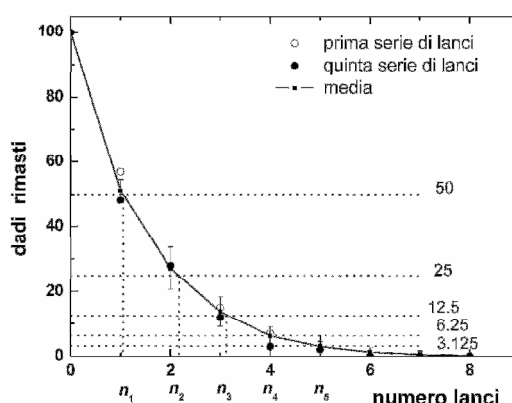
numero lanci	serie 1 <sup>a</sup>	serie 2 <sup>a</sup>	serie 3 <sup>a</sup>	serie 4 <sup>a</sup>	serie 5 <sup>a</sup>	serie 6 <sup>a</sup>	serie 7 <sup>a</sup>	serie 8 <sup>a</sup>	serie 9 <sup>a</sup>	serie 10 <sup>a</sup>	media $\pm\sigma$	Valore teorico
0	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100 $\pm$ 0	100
1	57	47	51	48	56	51	50	47	53	51	51 $\pm$ 3	50
2	28	19	19	28	35	26	26	22	39	30	27 $\pm$ 6	25
3	15	10	6	12	20	13	14	14	22	12	14 $\pm$ 5	12.5
4	7	8	2	3	10	6	7	4	10	6	6 $\pm$ 3	6.25
5	2	3	0	2	5	4	3	3	5	3	3 $\pm$ 1	3.125
6	0	0	0	0	4	1	3	2	1	1	1 $\pm$ 1	1.5625
7	0	0	0	0	2	0	3	0	0	0	0.5 $\pm$ 1	0.7812
8	0	0	0	0	0	0	2	0	0	0	0.2 $\pm$ 0.6	0.3906

**Tabella 1.** Raccolta dati effettuata da tutti i gruppi di studenti (dadi rimasti). La media riportata è arrotondata. Come incertezza abbiamo assunto lo scarto quadratico medio arrotondato. I valori teorici sono calcolati nell'ipotesi che la probabilità che un dado ha di essere eliminato sia 1/2.

Si fa osservare che la previsione di un dimezzamento della popolazione di dadi dopo ogni lancio (cioè 50 al primo lancio, 25 al secondo e così via) è rispettata solo approssimativamente. Tuttavia, se i lanci vengono considerati separatamente, come se la popolazione iniziale di dadi fosse diversa ad ogni lancio, si osserva che si ottengono dei valori che sono abbastanza in accordo con l'ipotesi di dimezzamento ad ogni lancio: per essere chiari si ottiene sempre un valore vicino alla metà dei dadi lanciati almeno finché non si hanno che pochi dadi residui.

Per comprendere meglio quanto accaduto gli studenti vengono invitati a riportare in un grafico i dati ottenuti da ciascun gruppo.

In Figura 1 sono riportati i dati relativi alla prima ed alla quinta serie della Tabella 1.



**Figura 1.** Esempio di quanto si ottiene con due serie di lanci. I dati sono confrontati con la media ottenuta su tutte le serie ottenute dai vari gruppi di studenti. I valori di  $n_i$ , ottenuti graficamente per interpolazione lineare, indicano il “numero” di lanci necessari perché la popolazione di dadi si dimezzi.

Si suggerisce di fare la media tra le due serie di lanci e si fa riportare anche la media con il rispettivo scarto sul grafico. La situazione migliora solo di poco. Infine, eventualmente con l'ausilio di un foglio elettronico, si fa la media tra tutti i valori di tutti i gruppi (penultima colonna della Tabella 1) e la si inserisce nel grafico di Figura 1 con la relativa incertezza. Ora la previsione è rispettata molto meglio: si osserva che se si congiungono i valori medi ottenuti e li si interseca con rette orizzontali corrispondenti a metà, metà della metà e così via, la distanza tra questi valori corrisponde a circa un lancio, come atteso. Va fatto notare che per ogni serie di lanci la somma dei dadi eliminati è 100 (il numero totale di dadi), ma potrebbe non risultare ovvio che anche la somma delle medie dei dadi eliminati è 100 (attenzione agli arrotondamenti nei calcoli).

Nell'ultima colonna della Tabella 1 sono riportati i valori previsti dagli studenti per la popolazione residua. Questi valori possono venire confrontati con le medie calcolate (vedi anche Figura 2). La media delle varie serie è in ottimo accordo con i dati previsti.

Viene in seguito proposto un problema leggermente più complesso: quante volte bisognerà lanciare i dadi perché la popolazione si dimezzi se vengono eliminati solo i dadi che presentano la faccia con il numero 6? Gli studenti si trovano usualmente in difficoltà. Essi non hanno difficoltà a supporre che la faccia si presenti in media ogni sei lanci per ogni dado e che la popolazione si ridurrà, in media, di un sesto ad ogni lancio, ma una previsione sul numero di lanci necessari per il dimezzamento del numero di dadi appare complessa.

### La teoria.

Si potrebbe procedere direttamente per via sperimentale, ma forse conviene prima far ragionare gli studenti.

Torniamo al caso precedente. La probabilità  $p$  che un dado presenti la faccia pari è, come detto,  $1/2$ . Pertanto non è difficile per gli studenti scrivere:

$$N_1 = N_0 \times (1 - p), \quad (1)$$

dove  $N_0$  ed  $N_1$  indicano la popolazione iniziale e la popolazione dopo un lancio. Dopo  $n$  lanci si avrà:

$$N_n = N_0 \times (1 - p)^n. \quad (2)$$

Posto  $p=1/2$  e  $N_0=100$  si riottiene l'ultima colonna della Tabella 1 che gli studenti avevano previsto empiricamente. Posto  $p=1/6$  (la probabilità che un dado presenti una data faccia) otteniamo una analoga serie di valori per il caso in esame. Ora siamo in grado di calcolare teoricamente quanti lanci dobbiamo fare per dimezzare il numero di dadi. A tale scopo possiamo infatti scrivere:

$$\frac{N_n}{N_0} = \frac{1}{2} = (1 - p)^{n_{1/2}}. \quad (3)$$

Utilizzando i logaritmi possiamo calcolare

$$n_{1/2} = \frac{\ln \frac{1}{2}}{\ln(1 - p)}. \quad (4)$$

Per  $p=1/2$  si ottiene, ovviamente,  $n_{1/2} = 1$  mentre per  $p = 1/6$  si ottiene  $n_{1/2} = 3.802$ . Un numero di lanci non intero!

Prima di procedere con gli esperimenti conviene aggiungere qualche altra osservazione. Se supponiamo di conoscere *a priori* il numero di lanci necessario perché la popolazione di dadi si dimezzi possiamo scrivere per l'evoluzione della popolazione residua di dadi la seguente relazione:

$$N_n = N_0 \times 2^{-\frac{n}{n_{1/2}}}. \quad (5)$$

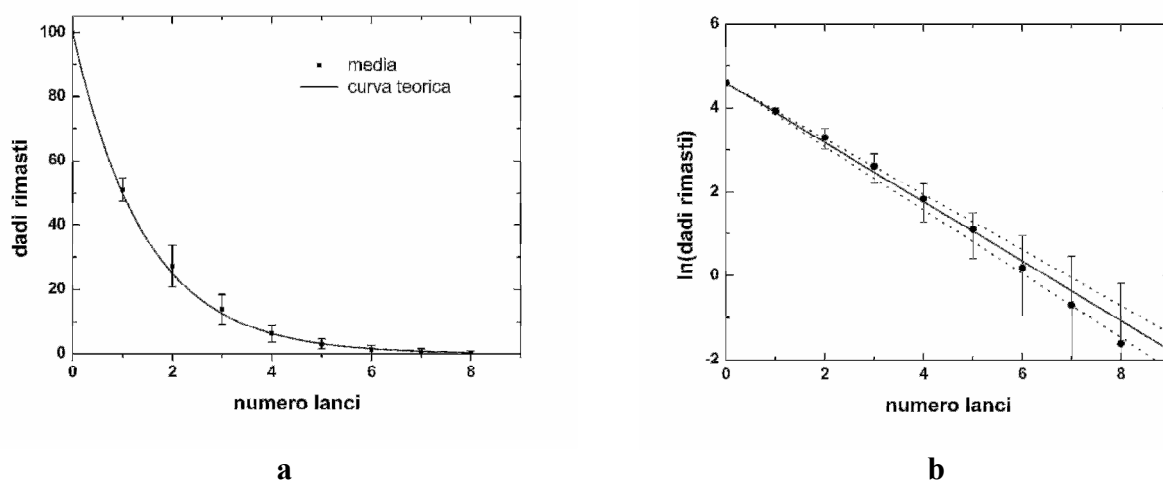
Infatti quando il numero di lanci  $n$  risulta essere uguale a  $n_{1/2}$ ,  $2n_{1/2}$ ,  $3n_{1/2}$  ecc., la popolazione si riduce rispettivamente alla metà, alla metà della metà e così via. A questo punto è possibile confrontare direttamente i dati ricavati dai lanci con la curva predetta dall'equazione (5) (Figura 2a). La (5) è comoda perché può essere estesa al caso continuo e quindi anche allo studio del decadimento radioattivo, dove però il tempo di dimezzamento non può essere predetto teoricamente in modo altrettanto semplice.

Passando ai logaritmi, la (5) può essere inoltre rielaborata nel modo seguente:

$$\ln(N_n) = -\frac{\ln 2}{n_{1/2}} n + \ln(N_0). \quad (6)$$

L'equazione (6) mostra che c'è una relazione lineare tra il logaritmo del numero di dadi rimasti e il numero  $n$  dei lanci, che spiega l'andamento del grafico di Figura 2b. Se gli studenti conoscono le funzioni logaritmiche si può quindi procedere ad analizzare i dati raccolti in modo più efficace.

La pendenza della retta che meglio rappresenta i dati permette di attribuire un valore sperimentale ad  $n_{1/2}$ . Le pendenze delle rette tratteggiate in Figura 2b consentono di valutare una incertezza per  $n_{1/2}$ . Utilizzando la (6) si ottiene per  $n_{1/2}$  un valore di  $(0.98 \pm 0.06)$  lanci, consistente con il valore previsto teoricamente con la (4).



**Figura 2. a:** Valori medi calcolati su tutte le serie di lanci, confrontati con la previsione teorica calcolata a partire dalla (5). **b:** grafico del logaritmo della media con i relativi errori. La linea continua non è stata tracciata utilizzando metodi analitici (in genere non noti agli studenti liceali) ma servendosi del “buon senso” cioè tracciando “ad occhio” la retta che “meglio” approssima i valori sperimentali. Le linee tratteggiate, ancora compatibili con i valori sperimentali e anch’esse tracciate “ad occhio”, permettono di attribuire una incertezza alla pendenza. Si può notare che le incertezze di misura risultano asimmetriche e talora prive di significato (quando l’incertezza sul valore medio del numero di dadi rimasti fornisce un valore negativo per l’estremo inferiore dell’intervallo di compatibilità).

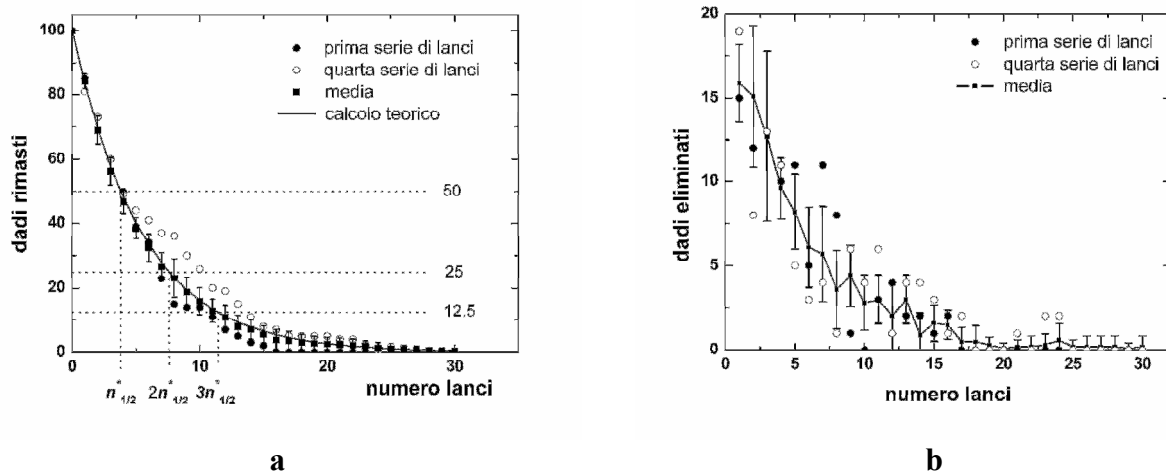
## Seconda misura: confronto con la teoria

Facciamo ora lanciare i dadi, eliminando quelli che presentano il 6 sulla faccia superiore. I risultati ottenuti dai vari gruppi sono riassunti nella Tabella 2.

numero lanci	serie 1 <sup>a</sup>	serie 2 <sup>a</sup>	serie 3 <sup>a</sup>	serie 4 <sup>a</sup>	serie 5 <sup>a</sup>	serie 6 <sup>a</sup>	serie 7 <sup>a</sup>	serie 8 <sup>a</sup>	serie 9 <sup>a</sup>	Serie 10 <sup>a</sup>	media $\pm\sigma$	Valore teorico
0	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100 $\pm$ 0	100
1	85	84	81	85	88	83	80	85	85	85	84 $\pm$ 2	83.3333
2	73	64	73	69	70	61	66	71	69	74	69 $\pm$ 4	69.4444
3	60	60	60	55	53	51	58	62	50	54	56 $\pm$ 4	57.8703
4	50	52	49	45	43	44	48	49	40	47	47 $\pm$ 4	48.2253
5	39	42	44	35	36	38	38	42	34	37	39 $\pm$ 3	40.1877
6	34	35	41	31	26	32	28	36	30	31	32 $\pm$ 4	33.4898
7	23	26	37	26	23	24	23	30	28	27	27 $\pm$ 4	27.9081
8	15	21	36	20	20	21	19	27	28	24	23 $\pm$ 6	23.2568
9	14	15	30	17	16	17	16	21	21	20	19 $\pm$ 5	19.3806
10	14	12	26	16	13	13	13	17	16	19	16 $\pm$ 4	16.1505
11	11	9	20	13	11	11	9	13	14	18	13 $\pm$ 4	13.4588
12	7	9	19	11	11	10	5	12	13	12	11 $\pm$ 4	11.2156
13	5	4	15	8	10	6	3	8	12	8	8 $\pm$ 4	9.3463
14	3	4	11	7	10	6	3	7	11	8	7 $\pm$ 3	7.7886
15	2	2	8	7	9	4	1	7	8	6	5 $\pm$ 3	6.4905
16	0	0	7	6	8	2	0	7	5	4	4 $\pm$ 3	5.4087
17	0	0	5	6	8	0	0	6	5	4	3 $\pm$ 3	4.5073
18	0	0	5	5	5	0	0	6	5	3	3 $\pm$ 3	3.7561
19	0	0	5	4	5	0	0	5	4	3	3 $\pm$ 2	3.1300
20	0	0	5	3	5	0	0	5	4	3	3 $\pm$ 2	2.6084
21	0	0	4	3	5	0	0	5	3	3	2 $\pm$ 2	2.1736
22	0	0	4	3	3	0	0	5	3	3	2 $\pm$ 2	1.8113
23	0	0	2	3	3	0	0	5	2	3	2 $\pm$ 2	1.5094
24	0	0	0	3	3	0	0	5	0	1	1 $\pm$ 2	1.2579
25	0	0	0	3	3	0	0	4	0	0	1 $\pm$ 2	1.0482
26	0	0	0	3	3	0	0	2	0	0	1 $\pm$ 1	0.8735
27	0	0	0	3	3	0	0	0	0	0	1 $\pm$ 1	0.7279
28	0	0	0	1	3	0	0	0	0	0	0.4 $\pm$ 0.9	0.6066
29	0	0	0	0	3	0	0	0	0	0	0.3 $\pm$ 0.9	0.5055
30	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0.1 $\pm$ 0.3	0.4212

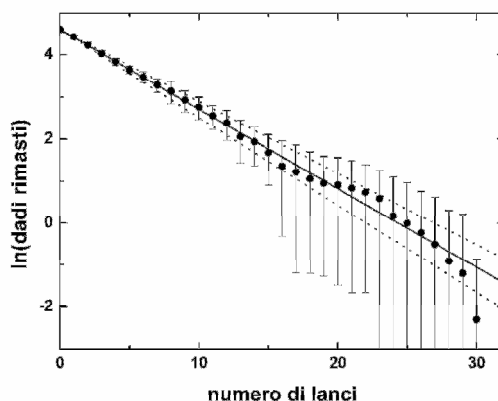
**Tabella 2.** Raccolta dati effettuata da tutti i gruppi di studenti (dadi rimasti). La media riportata è arrotondata. Come incertezza abbiamo assunto lo scarto quadratico medio arrotondato. I valori teorici sono calcolati nell'ipotesi che la probabilità che un dado ha di essere eliminato sia 1/6.

L'analisi che si suggerisce agli studenti è analoga a quella riportata in precedenza. Nel grafico di Figura 2a sono riportati, come esempio, la prima e la quarta colonna della Tabella 2, i valori medi con le relative incertezze e, per confronto la curva teorica calcolata sempre a partire dalla (5). Si vede che i dati delle singole serie sono piuttosto dispersi mentre i valori medi sono in buon accordo con la curva teorica. In questo caso il valore  $n_{1/2}$  corrispondente al numero di lanci necessari perché la popolazione di dadi si dimezzi è quello teorico (questo perché ne conosciamo *a priori* il valore); pertanto è indicato con una “\*” per distinguerlo da quello sperimentale. Si noti che per valori pari 1, 2, 3  $n_{1/2}^*$  il valore della media dei dadi superstiti diventa con ottima approssimazione la metà, la metà della metà, ecc. del valore iniziale.



**Figura 2. a:** Esempio di quanto si ottiene con due serie di lanci. I dati sono confrontati con la media ottenuta su tutte le serie ottenute dai vari gruppi di studenti e con la curva teorica. Il valore di  $n_{1/2}^*$  che determina il “numero” di lanci necessari perché la popolazione di dadi si dimezzi, è quello teorico. **b:** esempio relativo all’analisi di quanto accade per i dadi eliminati.

Poiché nelle misure sulla radioattività si “contano” gli atomi decaduti in un dato intervallo di tempo, conviene anche analizzare quanto accade per i dadi eliminati. Come si può facilmente dedurre l’andamento delle curve di decadimento è simile a quello fin qui descritto, anzi nel caso di probabilità  $p = 1/2$  addirittura identico<sup>2</sup>. In Figura 2b è riportato un esempio di quanto accade nel caso  $p = 1/6$ . Il confronto dei due grafici della Figura 2 mette in risalto un fatto particolarmente rilevante per la teoria delle incertezze sperimentali: da un lato si osserva un andamento simile tra le due curve, il grafico relativo ai dadi eliminati risulta molto più “rumoroso”. Questo fatto importante dipende dalle fluttuazioni sui valori ottenuti che sono molto più grandi a causa della dipendenza dalla radice del numero degli eventi. Va sottolineato che i dati dei due grafici si riferiscono alla stessa serie di misure e cambia solo il modo di analizzarli. Nel caso del lancio di dadi si può “scegliere” se studiare i dadi rimasti o quelli eliminati, ed è evidente, proprio a causa delle fluttuazioni statistiche, che conviene occuparsi dei dadi rimasti per avere valori con incertezza relativa più piccola. Anche in questo caso possiamo servirci della funzione logaritmica per analizzare i dati.

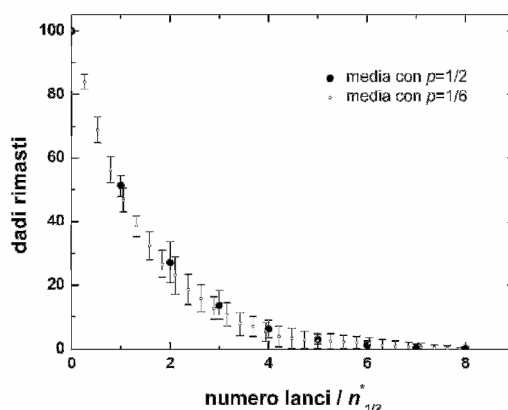


**Figura 3** Grafico del logaritmo della media dei dadi rimasti, con i relativi errori, nel caso  $p = 1/6$ . La linea continua è stata tracciata “ad occhio” (vedi la didascalia della Figura 2). Le linee tratteggiate, ancora “compatibili con i valori sperimentali e anch’esse tracciate “ad occhio”, permettono di attribuire una incertezza alla pendenza. Notare che le

incertezze di misura risultano asimmetriche e talora prive di significato (quando l'incertezza sul valore medio del numero di dadi rimasti fornisce un valore negativo per l'estremo inferiore dell'intervallo di compatibilità).

Dal grafico di Figura 3, con procedura analoga a quanto già fatto, ricaviamo che, nel caso di  $p = 1/6$ ,  $n_{1/2} = 3.7 \pm 0.4$ ; l'accordo con il valore teorico è buono.

Abbiamo visto che la legge che descrive la diminuzione della popolazione dei dadi è la stessa qualunque sia la regola che determina quali dadi siano eliminati; ciò che le distingue è solo la probabilità che ha il singolo dado di essere eliminato ad ogni lancio. Questa probabilità determina quanti lanci sia necessario effettuare perchè la popolazione si dimezzi. Questo fatto può essere evidenziato se si rappresentano contemporaneamente, come esempio, le due serie di dati relativi alle medie dei due esperimenti. Per fare ciò è necessario effettuare una "normalizzazione" che consiste nel rappresentare in ascissa il numero di lanci diviso per  $n_{1/2}$  e in ordinata la popolazione dei dadi divisa per quella iniziale (poiché nel nostro caso quest'ultima è identica nei due esperimenti questa ultima operazione non è necessaria).



**Figura 4.** Esempio di "normalizzazione". In ascissa i valori del numero di lanci sono stati divisi per i rispettivi valori teorici di  $n_{1/2}^*$ . Nel caso del primo esperimento tale valore è 1.

Le Figura 4 mette in evidenza che i dati dei due esperimenti sono confrontabili. Ciò deriva dalle proprietà della (5).

### **Il decadimento radioattivo: considerazioni preliminari e misura del fondo.**

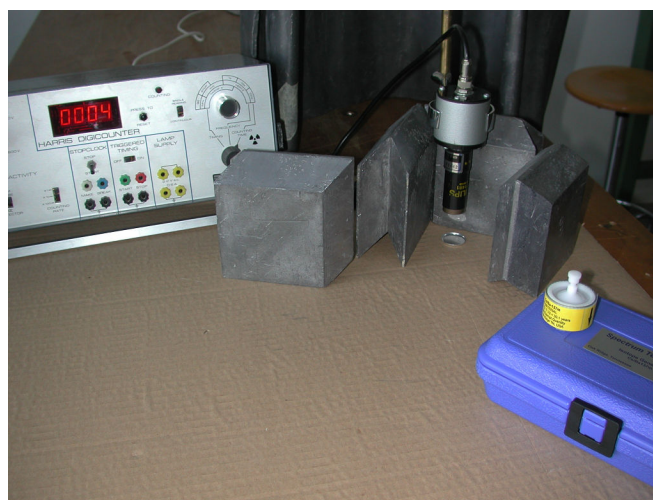
Agli studenti viene detto che il decadimento radioattivo<sup>3</sup> è un fenomeno governato dalle "leggi della casualità"; con ciò si intende che non si può prevedere quando l'eventuale "trasformazione" avviene ma solo che c'è una data probabilità che essa avvenga in un dato intervallo di tempo. Così come si sa che un dado ha una data probabilità di presentare una determinata faccia in ciascun lancio, ma non si sa in quale lancio la presenterà effettivamente. Ogni qual volta un atomo decade il numero degli atomi in grado di decadere diminuisce di una unità, così come la popolazione dei dadi, nell'esperimento appena descritto, diminuisce di un unità ogni qual volta un dado mostra il 6 sulla faccia superiore. Se l'ipotesi che il decadimento sia un evento casuale con una probabilità ignota ma fissata di avvenire in un dato intervallo di tempo è corretta, la legge che descrive il fenomeno deve essere analoga alla (5); l'espressione andrà tuttavia corretta per il fatto che al posto del numero di lanci comparirà il tempo. Se si fa l'ipotesi di effettuare un certo numero di lanci di dadi al secondo la popolazione  $N$  di dadi diventa una funzione del tempo. La costante caratteristica  $n_{1/2}$  diventa ora il tempo  $t_{1/2}$  necessario perchè la popolazione di dadi diventi la metà; al posto del numero  $n$  di lanci comparirà il tempo  $t$ . La costante caratteristica  $t_{1/2}$  prende il nome di "tempo di dimezzamento"<sup>4</sup>. La (5) diviene allora:

$$\frac{N(t)}{N_0} = 2^{-\frac{t}{t_{1/2}}} \quad (7)$$

La ragione di scrivere la relazione in questo modo è dovuta al fatto che, in genere, non si conosce il numero di atomi iniziali; inoltre non si può contare il numero di atomi sopravvissuti ma solo quelli decaduti<sup>5</sup>, ciò non comporta alcun problema nella teoria poiché il numero di atomi che decadono in un certo intervallo di tempo, è proporzionale alla costante  $t_{1/2}$  (in ultima analisi  $t_{1/2}$ , attraverso una relazione analoga alla (4), dipende dalla probabilità che ha l'atomo di decadere nell'unità di tempo).

Dopo questa premessa viene proposto agli studenti di prendere confidenza con le misure fatte con un contatore Geiger<sup>6</sup>. In primo luogo viene affrontato il problema della misura del “fondo naturale”, ossia della radioattività naturale dovuta ai raggi cosmici e ai radionuclidi instabili presenti nelle rocce e nei materiali che ci circondano<sup>7</sup>. Si stabilisce di acquisire il numero di conteggi in intervalli, ad esempio, di dieci secondi. Lo scopo è duplice: rendersi conto che gli eventi (i conteggi) sono casuali e riuscire ad attribuire un valore medio in conteggi al fondo naturale. Quest'ultimo infatti influenza la misura che si vuole effettuare in seguito.

L'intervallo di dieci secondi è stato scelto perché sarà quello che verrà utilizzato per la misura vera e propria. Inoltre ai vari gruppi di studenti è stato indicato di utilizzare la stessa configurazione che avrebbero utilizzato per la successiva misura (Figura 5).



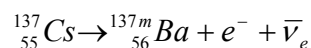
**Figura 5.** Attrezzatura utilizzata per l'esperimento. Si osservi la schermatura in piombo, la sorgente “primaria” di  $^{137}\text{Cs}$  (involucro giallo) e la vaschetta, sotto il rivelatore Geiger, dove verrà posta la soluzione contenente il Ba.

Il numero di conteggi di fondo è stato valutato dai vari gruppi e dipende dalle caratteristiche dei singoli rivelatori. Per mancanza di tempo non è stata effettuata una misura accurata del fondo che potrebbe invece costituire già da sola una interessante unità didattica in un percorso sulle distribuzioni statistiche. In ogni caso il valore misurato con il contatore che utilizzeremo per le successive analisi (non uno di quelli utilizzati dagli studenti) è risultato di circa 0.2 conteggi al secondo.

### **Il decadimento radioattivo: la sorgente.**

Le misure vengono effettuate utilizzando l'isotopo radioattivo  $^{137\text{m}}\text{Ba}$  (bario metastabile). Tale isotopo è prodotto in un contenitore chiamato isogeneratore (o anche “mucca nucleare”). L'isogeneratore<sup>8</sup> contiene  $^{137}\text{Cs}$  (con attività  $\leq 10^{-4}$  mCi) che decade in uno stato eccitato del Bario  $^{137\text{m}}\text{Ba}$  per decadimento “beta”:

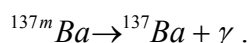




con un tempo di dimezzamento di 30,07 anni<sup>9</sup>.

Il bario prodotto viene estratto dall'isogeneratore “mungendo la mucca”, cioè facendo scorrere una soluzione di acido cloridrico molto diluito e NaCl attraverso l'isogeneratore stesso. Il bario reagisce con l'acido formando cloruro di bario e viene quindi estratto insieme alla soluzione<sup>10</sup>.

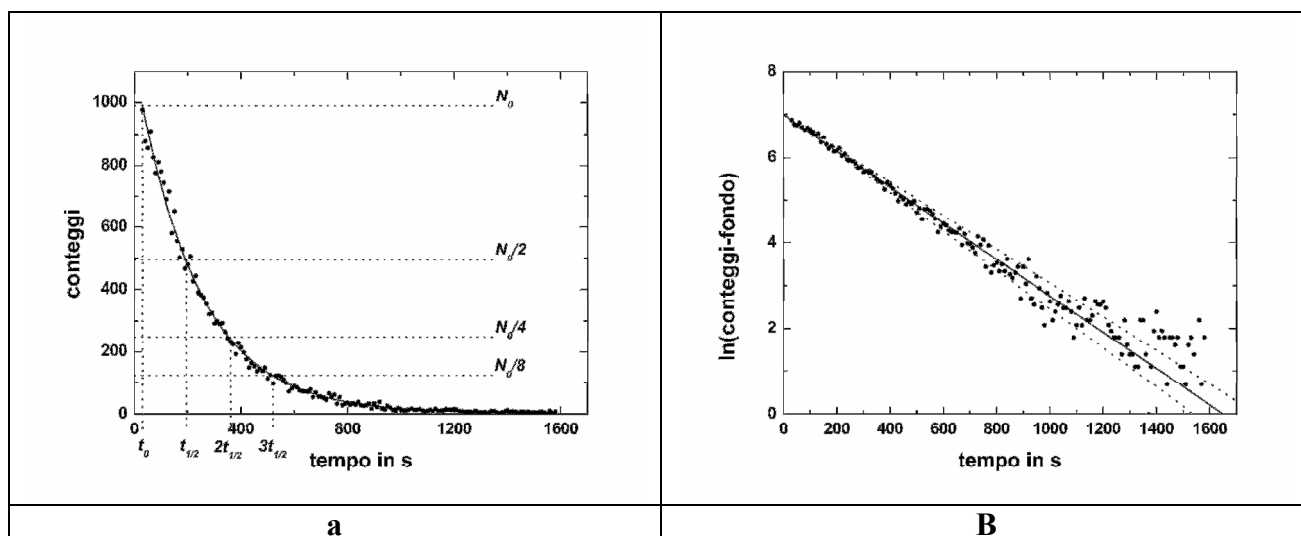
Il  $^{137m}\text{Ba}$  ha un tempo di dimezzamento di 2.55 minuti e decade a sua volta nello stato stabile  $^{137}\text{Ba}$  mediante decadimento “gamma”<sup>9</sup>:



Una volta estratto dall'isogeneratore sarà quindi possibile utilizzarlo come sorgente per il contatore Geiger.

### Il decadimento radioattivo: misura e analisi dati.

Dopo aver misurato il numero di conteggi al secondo rilevati dal Geiger relativi al fondo naturale si è passati alla misura vera e propria. Si è quindi distribuito, in apposite vaschette, tre o quattro gocce di soluzione per ogni gruppo di studenti. Le vaschette sono state poste sotto i rivelatori Geiger, il più vicino possibile, ed è stato suggerito di registrare i conteggi di 10 secondi<sup>11</sup> ad intervalli di un minuto ed effettuare l'istogramma dei dati raccolti sottraendo il fondo naturale (ossia la media dei risultati delle misure effettuate senza sorgente). La misura terminava quando i conteggi erano all'incirca uguali a quelli del fondo naturale. Nel frattempo, con la soluzione residua, è stata effettuata una misura con un apposito Geiger collegato ad un sistema di acquisizione computerizzato. I dati raccolti in questo modo sono riportati nel grafico di Figura 6.



**Figura 6 a:** grafico dei conteggi in funzione del tempo. La linea continua rappresenta un best fit ottenuto con un metodo non lineare<sup>12</sup> utilizzando come funzione la (7). L'istante iniziale  $t_0$  è determinato dal primo valore registrato dal Geiger indicato con  $N_0$ . **b:** logaritmo naturale dei conteggi in funzione del tempo. La linea continua è stata tracciata “a occhio” (vedi la didascalia della Figura 2). Le linee tratteggiate, ancora “compatibili con i valori sperimentali, e anch'esse tracciate “a occhio”, permettono di attribuire una incertezza alla pendenza.

Come si vede sono registrati conteggi relativi ai decadimenti (i dati eliminati degli esperimenti precedenti). Prima di tutto si fa osservare che l'andamento dei grafici è identico a quello ottenuto con i dadi. In Figura 6a viene messo in evidenza come gli intervalli di tempo

necessari perché il numero di atomi decaduti si dimezzi, diventi un quarto e così via, è pressoché uguale. Poiché le misure sono state registrate al computer è stato facile elaborarle con un opportuno programma<sup>12</sup>. Il miglior fit di Figura 6a è stato ottenuto con un valore di  $t_{1/2} = (2.67 \pm 0.04)$  minuti e sembra in ottimo accordo con i dati. Tuttavia il valore ottenuto per  $t_{1/2}$  appare leggermente alto rispetto a quello tabulato<sup>9</sup>. Il fit è stato fatto lasciando libero il parametro “fondo naturale” e il numero di conteggi iniziale; per questi valori si è ottenuto:  $N_0 = (1130 \pm 10)$  conteggi/10 secondi e  $(2 \pm 2)$  conteggi/10 secondi.

Utilizzando il grafico di Figura 6b si ottiene invece  $t_{1/2} = (2.7 \pm 0.3)$  minuti. In questo caso, come suggerito agli studenti, si è ritenuto noto il valore di  $N_0$  (primo conteggio)<sup>13</sup> ed è stato sottratto il conteggio di fondo.

## APPENDICI

### Richiami sul decadimento radioattivo.

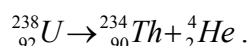
Non tutti i nuclei presenti in natura sono stabili: molti di essi tendono spontaneamente a trasformarsi in altre specie nucleari, mediante processi chiamati decadimenti. Spesso per la stessa specie nucleare esistono diversi isotopi, con caratteristiche di stabilità molto diverse tra loro.

I processi di decadimento possono essere suddivisi in tre categorie:

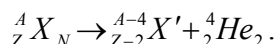
#### Decadimento alfa.

Nel decadimento alfa un nucleo instabile si trasforma in un nucleo più leggero ed un nucleo di  ${}^4\text{He}$ , detto appunto particella alfa.

Un esempio è:



Si può notare come durante un decadimento alfa il numero di massa del nucleo padre venga diminuito di 4, e il suo numero atomico di 2:



Si osserva che l'energia della particella alfa non sarebbe sufficiente a farle superare la buca di potenziale dovuta alle forze nucleari. Classicamente quindi la particella alfa dovrebbe rimanere confinata all'interno del nucleo. In realtà la meccanica quantistica predice correttamente che in determinate circostanze una particella abbia una probabilità non nulla di superare una barriera di potenziale maggiore dell'energia della particella stessa (effetto tunnel). L'attraversamento della barriera è quindi un fenomeno intrinsecamente aleatorio.

#### Decadimento beta

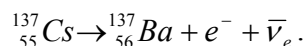
È un processo di decadimento in cui viene emessa una particella “beta” (cioè un elettrone o la sua antiparticella, il positrone) ed è dovuto alla azione di un altro tipo di forza (detta forza debole). Questo tipo di decadimento si divide a sua volta in due categorie:

**Decadimento “beta meno” ( $\beta^-$ ):**

Sono decadimenti in cui un neutrone del nucleo decade in un protone, emettendo un elettrone e un'altra particella, chiamata anti-neutrino (indicato con  $\bar{\nu}$ , è l'antiparticella del neutrino), difficilmente rilevabile perché interagisce solo debolmente con la materia:

$$n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e.$$

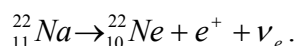
Un esempio di decadimento  $\beta^-$  è

**Decadimento “beta più” ( $\beta^+$ ):**

Sono decadimenti in cui un protone del nucleo decade in un neutrone, emettendo un positrone (l'antiparticella dell'elettrone, dotato quindi di carica positiva) e in un neutrino ( $\nu$ ):

$$p \rightarrow n + e^+ + \nu_e$$

Un esempio può essere:

**Decadimento gamma**

Contrariamente agli altri tipi di decadimento visti in fino ad adesso, il decadimento gamma non prevede cambiamenti del numero di protoni o di neutroni all'interno del nucleo.

In analogia con lo schema ad orbitali elettronici con cui vengono descritti atomi e molecole, ogni nucleo può assumere solo determinati valori di energia, detti “livelli energetici”. Il decadimento gamma consiste nella transizione da parte del nucleo da un livello ad energia più alta (chiamato stato eccitato) ad uno ad energia più bassa. L'energia “persa” viene emessa sotto forma di radiazione elettromagnetica ad alta frequenza (raggi gamma). Più precisamente ad ogni transizione è associata l'emissione di un singolo “quanto” di radiazione elettromagnetica, detto fotone, la cui energia corrisponde esattamente<sup>14</sup> alla differenza tra i due livelli nucleari. L'energia del fotone (che può essere considerato come l'unità elementare della radiazione elettromagnetica) ne determina anche la frequenza, che nel caso dei fenomeni nucleari è appunto quella tipica dei raggi “gamma”.

Anche in questo caso, il decadimento verso uno stato ad energia più bassa è un fenomeno intrinsecamente aleatorio, che può essere descritto solo in termini di probabilità.

**Problemi di sicurezza: convinciamoci che è un esperimento innocuo!**

Alcuni studenti hanno manifestato preoccupazioni relative alla sicurezza della misura proposta. Vale pertanto la pena di affrontare seppur brevemente il problema.

Possiamo innanzitutto definire l'attività della sorgente che dobbiamo misurare come il numero di decadimenti per secondo: l'unità di misura è il Becquerel. 1Bq è definito come 1 decadimento al secondo. È ancora molto in uso come unità di misura dell'attività anche il Curie (1Ci =  $3.7 \cdot 10^{10}$ Bq).

Le radiazioni (alfa, beta, gamma o anche X) che trasportano abbastanza energia da poter provocare la perdita di uno o più elettroni atomici nelle molecole che compongono tessuti organici, con effetti biologici che possono essere potenzialmente dannosi, sono dette *ionizzanti*.

La quantità misurata in dosimetria è la “dose assorbita”  $D$  che si misura in Gray (Gy). Un Gray corrisponde all’assorbimento di un joule in un kg di materia ( $1 \text{ Gy} = 1 \text{ J/kg}$ ). È ancora d’uso comune come unità di misura il rad ( $1 \text{ Gy} = 100 \text{ rad}$ ).

La dose assorbita non è per sua natura idonea a tener conto delle diversità degli effetti indotti a parità di energia assorbita e quindi a predire l’entità degli effetti dannosi. Infatti il rischio derivante dall’esposizione non dipende solo dalla dose assorbita, ma è strettamente legato anche al tipo di radiazione incidente e alla radiosensibilità dei vari organi.

Per tener conto della diversa pericolosità delle differenti tipologie di radiazioni incidenti, si moltiplica la dose assorbita per un “peso”  $w_R$ , detto “fattore di ponderazione” che tiene conto della pericolosità della radiazione. Nel nostro caso (radiazione gamma)  $w_R = 1$ . Il prodotto della dose assorbita in tessuto per il fattore di ponderazione prende il nome di dose equivalente  $H$  (Sievert).  $H = w_R D$ <sup>15</sup>. In passato la dose equivalente si misurava in rem ( $1 \text{ Sv} = 100 \text{ rem}$ ).

Si stima che in un anno la dose media efficace assorbita da una persona a causa della radioattività naturale (raggi cosmici, radiazione gamma terrestre, radon, etc) sia compresa tra 1 e 10 mSv<sup>16</sup>. Una singola radiografia intraorale completa dei denti comporta un’esposizione fino a 0.015 mSv<sup>17</sup>.

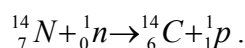
Un calcolo (approssimato per eccesso) della dose equivalente che si assorbirebbe maneggiando direttamente l’isogeneratore è di circa 0.005 mSv/h. Ne consegue che se maneggiassimo ininterrottamente l’isogeneratore per un’ora (e non per i pochi minuti necessari a preparare la soluzione) assorbiremmo una dose equivalente pari a terzo di quella assorbita con una radiografia ai denti.

Per quanto detto le schermature di piombo ben visibili in Figura 5 sono del tutto superflue, ma sono state aggiunte per tranquillizzare ulteriormente gli studenti.

## Datazione

La conoscenza dei tempi di dimezzamento di alcuni isotopi radioattivi presenti in natura è alla base di tecniche di datazione correntemente usate in geologia ed in archeologia, che possono essere presentate agli studenti come esempio di applicazione pratica dello studio proposto in questa unità didattica.

Su questo principio si basa, per esempio, la datazione dei reperti archeologici contenenti residui di carbonio organico. Questo metodo è stato scoperto da Willard F.Libby nel 1949: gli organismi animali o vegetali assorbono, durante il loro metabolismo e fino alla morte, una quantità costante di costante di  $^{14}_6\text{C}$ , derivato da una reazione nucleare che avviene nell’alta atmosfera ed è causata da raggi cosmici:



Tale isotopo è instabile e quindi radioattivo (per decadimento “beta meno”) con un tempo di dimezzamento di 5730 anni. Esso costituisce solo una minima parte del carbonio presente sul nostro pianeta (il rapporto  $^{14}_6\text{C}/^{12}_6\text{C}$  è circa  $10^{-12}$ !). A causa della continua assimilazione e al ricambio di carbonio dovuti ai processi biologici dell’organismo, questo rapporto si mantiene costante anche all’interno di ogni essere vivente. Quando l’organismo (sia esso animale o vegetale) muore e non assimila più carbonio, inizia a cambiare il rapporto isotopico  $^{14}_6\text{C}/^{12}_6\text{C}$ , poiché, mentre rimane costante la quantità di  $^{12}_6\text{C}$ , l’isotopo radioattivo mano a mano scompare. Basta così determinare il rapporto tra i due isotopi per sapere da quanto tempo è morto l’organismo. È importante tuttavia ricordare che in questo procedimento non si effettuano direttamente misure di decadimento, ma si utilizza lo spettrometro di massa per misurare il rapporto isotopico al tempo della misura.

Un procedimento molto simile può essere applicato ai dati trovati dagli studenti con il contatore Geiger. Immaginiamo voler stimare “l’età” del nostro campione di Ba, di cui conosciamo solo il numero di conteggi rilevati all’istante iniziale  $N_0$ . Possiamo calcolare l’intervallo di tempo intercorso dalla creazione del campione misurando nuovamente il numero di conteggi  $N(t)$ . Dalle formule ricavate in precedenza, (Eq. 6), sappiamo che:

$$\ln[N(t)] = -\frac{\ln 2}{t_{1/2}} t + \ln(N_0),$$

e quindi

$$t = \frac{t_{1/2}}{\ln(2)} \cdot \ln\left[\frac{N_0}{N(t)}\right].$$

Se ipotizziamo ad esempio di osservare che il numero di conteggi si è ridotto a 1/6 del valore iniziale, possiamo utilizzare il valore misurato del tempo di dimezzamento (160 s) per stimare l’età del campione:

$$t \approx \frac{160 \text{ s}}{\ln(2)} \cdot \ln(6) = 410 \text{ s} = 6.9 \text{ min}.$$

<sup>1</sup> Federico Tibone, Giovanni Pezzi, *LA FISICA SECONDO IL PSSC* (26 film in DVD), ed. Zanichelli 2005.

<sup>2</sup> Ad ogni lancio il rapporto tra i dadi rimasti e quelli eliminati è in media  $(1 - p)/p$ .

<sup>3</sup> Cenni sul decadimento radioattivo e sui problemi di sicurezza ritrovano in appendice.

<sup>4</sup> A volte invece che di “tempo di dimezzamento” si preferisce parlare di “vita media”, solitamente indicata con  $\tau$  e per la quale vale la relazione:  $\tau = \frac{t_{1/2}}{\ln(2)}$

<sup>5</sup> A rigore, il numero di conteggi dati dal contatore geiger è proporzionale, non uguale, al numero di nuclei decaduti. Il coefficiente di proporzionalità dipende dall’ampiezza della superficie sensibile della sonda, dalla sua sensibilità, ecc e può quindi variare da strumento a strumento.

<sup>6</sup> Sarebbe molto utile che gli studenti avessero già dimestichezza con il contatore geiger, ciò può essere fatto in un altro momento affrontando, per esempio, la misura del “fondo naturale”.

<sup>7</sup> Un ulteriore contributo al “fondo” di radioattività è di origine artificiale ed è dovuto alla dispersione di radionuclidi in seguito ad incidenti in centrali nucleari, ad esperimenti militari, ecc.

<sup>8</sup> L’isogeneratore è stato acquistato dalla ditta Pasco (vedi: [www.pasco.com](http://www.pasco.com))

<sup>9</sup> I dati relativi al decadimento possono essere trovati in [www.nndc.bnl.gov/nudat2/indx\\_dec.jsp](http://www.nndc.bnl.gov/nudat2/indx_dec.jsp)

<sup>10</sup> Secondo le istruzioni allegate, dall’isogeneratore si può estrarre un quantitativo di soluzione contenente il  $^{137\text{m}}\text{Ba}$  sufficiente per due o tre gruppi per volta. In realtà noi abbiamo constatato che il numero di conteggi è sufficientemente elevato da permettere una suddivisione in 6 parti della soluzione estratta: cinque di queste venivano distribuite tra i vari gruppi di studenti ed una veniva utilizzata dalla cattedra per misure con un Geiger collegato ad un sistema di acquisizione via computer. La sorgente può essere “munta” di nuovo dopo un intervallo di circa 2 ore, il tempo necessario perché si raggiunga l’equilibrio per la popolazione di  $^{137\text{m}}\text{Ba}$ . La sorgente può essere utilizzata per oltre mille estrazioni.

<sup>11</sup> L’intervallo non può essere scelto troppo lungo per non introdurre un errore sistematico, dovuto al fatto che i conteggi diminuiscono nel tempo, che possa influenzare in modo sensibile la misura.

<sup>12</sup> È stato impiegato il programma Origin prodotto dalla ditta Microcal Software Inc. (vedi: [www.OriginLab.com](http://www.OriginLab.com)).

<sup>13</sup> L’incertezza è relativamente piccola a causa delle fluttuazioni che dipendono dalla radice quadrata del numero degli eventi. Poiché il numero degli eventi (conteggi) è in questo caso maggiore di mille (ricordare che l’intervallo di misura era di dieci secondi), l’incertezza statistica è inferiore al 3%. Notare che non è necessario riferirsi ad un intervallo di un secondo.

<sup>14</sup> Se si trascurano effetti di “recoil” del nucleo ed effetto Doppler.

---

<sup>15</sup> A rigore, per tener conto della diversa radiosensibilità dei diversi organi e tessuti, si introduce anche la dose equivalente efficace  $E$ , somma delle dosi equivalenti nei diversi organi o tessuti  $H_T$ , ciascuna moltiplicata per un fattore di ponderazione  $w_T$ , che tiene conto appunto della diversa radiosensibilità dei diversi organi o tessuti.

<sup>16</sup> Si veda ad esempio [www.unisi.it/creditimedicina04/settembre\\_lezioni/pinto\\_radioprotezione.pdf](http://www.unisi.it/creditimedicina04/settembre_lezioni/pinto_radioprotezione.pdf).

<sup>17</sup> Si veda ad esempio la tabella in [www.hps.org/publicinformation/ate/faqs/dentalpatientissuesq&a.html](http://www.hps.org/publicinformation/ate/faqs/dentalpatientissuesq&a.html).