

## MATEMATICA E STATISTICA I

(titolare del corso: Claudio Fontanari)

Domande di teoria sulla parte di algebra lineare:

1. Dare la definizione di sottospazio di uno spazio vettoriale. Verificare che l'intersezione di due sottospazi è ancora un sottospazio. Mostrare con un controesempio che l'unione di due sottospazi non è necessariamente un sottospazio. ([1], pp. 41–45)
2. Dare la definizione di vettori linearmente indipendenti, di vettori generatori e di base di uno spazio vettoriale. Dimostrare che fissata una base ogni vettore si può esprimere in modo unico come combinazione lineare dei vettori di base. ([1], pp. 47–51)
3. Enunciare il lemma di Steinitz. Dimostrare che tutte le basi di un fissato spazio vettoriale hanno lo stesso numero di elementi. Dare la definizione di dimensione di uno spazio vettoriale. ([1], p. 51)
4. Enunciare e dimostrare la formula di Grassmann ([1], p. 54)
5. Dare la definizione di rango di una matrice. Enunciare e dimostrare il teorema di Rouché-Capelli sulla risolubilità dei sistemi lineari. ([1], pp. 70–71)
6. Dare la definizione di funzione di insiemi iniettiva. Dare la definizione di nucleo di un'applicazione lineare e verificare che il nucleo è un sottospazio vettoriale. Dimostrare che un'applicazione lineare è iniettiva se e soltanto se il suo nucleo è nullo. ([1], pp. 88–90)
7. Enunciare e dimostrare il teorema della dimensione per un'applicazione lineare. ([1], p. 91)

## Riferimenti bibliografici

- [1] Nadia Chiarli, Claudio Fontanari, Silvio Greco, Paolo Valabrega: Geometria e algebra lineare, Levrotto & Bella, Torino 2020.