Esercizio 0.1. Determinare un insieme di generatori per il sottospazio vettoriale di $\mathbb{R}^3$ dato dalle soluzioni dell'equazione

$$Ax = 0,$$

con $x \in \mathbb{R}^3$ e

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}.$$

Esercizio 0.2. Determinare una matrice A tale per cui il sottospazio vettoriale di $\mathbb{R}^3$ generato dai vettori

$$v_1 = (1, 2, 1)$$
$$v_2 = (3, 3, 3)$$

si può descrivere come l'insieme dei vettori $x \in \mathbb{R}^3$ che soddisfano l'equazione $Ax = 0$.

Esercizio 0.3. Determinare una matrice A tale per cui il sottospazio vettoriale di $\mathbb{R}^3$ generato dai vettori

$$v_1 = (1, -1, 2)$$
$$v_2 = (5, 2, 0)$$
$$v_3 = (3, 4, -4)$$

si può descrivere come l'insieme dei vettori $x \in \mathbb{R}^3$ che soddisfano l'equazione $Ax = 0$.

Esercizio 0.4. Al variare del parametro $k \in \mathbb{R}$, determinare una matrice A_k tale per cui sottospazio vettoriale di $\mathbb{R}^4$ generato dai vettori

$$v_1 = (k, k, 1, k)$$
$$v_2 = (7, 7, 7, 7)$$

si può descrivere come l'insieme dei vettori $x \in \mathbb{R}^4$ che soddisfano l'equazione $A_k x = 0$.

Esercizio 0.5. Consideriamo l'insieme $V = \{M \in M_{2\times 2}(\mathbb{R}) : M \text{ è simmetrica}\}$. Verificare che V è uno spazio vettoriale determinando un insieme di generatori per V e una matrice A tale per cui V si può descrivere come l'insieme dei vettori $x \in M_{2\times 2}$ che soddisfano l'equazione $Ax = 0$.

Esercizio 0.6. Consideriamo lo spazio vettoriale $\mathbb{R}[x]_3$ dei polinomi a coefficienti reali di grado ≤ 3. Determinare qual è il sottospazio di $\mathbb{R}[x]_3$ generato da $1, x - 1, (x - 1)^2, (x - 1)^3$.