1. Determinare nucleo e immagine dell'applicazione lineare $f : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^3$ definita da
$$f\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x - 5z \\ x + 3y + z \\ y + 2z \end{pmatrix}$$

2. Stabilire per quali valori del parametro k la matrice
$$A_k = \begin{bmatrix} k & 4 & 2 \\ 0 & -3 & -2 \\ 0 & 4 & 3 \end{bmatrix}$$
è diagonalizzabile. Per $k = 3$ determinare una base di $\mathbb{R}^3$ costituita da autovettori.

3. Dare la definizione di autovalore e autovettore di un endomorfismo f. Dimostrare che se v_1 e v_2 sono autovettori relativi ad autovalori λ_1 e λ_2 tali che $\lambda_1 \neq \lambda_2$, allora v_1 e v_2 sono linearmente indipendenti.