1. Al variare del parametro k, studiare le soluzioni del sistema lineare

$$\begin{cases} kx - 2y + 2z = k - 1 \\ 2x - ky - z = 1 \\ kx - 2y + 3z = 1 \end{cases}$$

2. Determinare autovalori e autovettori dell'applicazione lineare associata alla matrice

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}.$$

   Stabilire se A è diagonalizzabile.

3. Dare le definizioni di vettori linearmente indipendenti, sistema di generatori e base di uno spazio vettoriale. Dimostrare che se $f : V \longrightarrow W$ è un'applicazione lineare iniettiva tra due spazi vettoriali V e W e v_1, v_2 sono vettori linearmente indipendenti di V, allora $f(v_1)$ e $f(v_2)$ sono linearmente indipendenti in W.