1. Al variare del parametro a determinare il nucleo dell'applicazione lineare $f_a : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^3$ definita da

$$f_a \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x+y \\ ax+y+z \\ ax+y+az \end{pmatrix}$$

   e stabilire se il vettore $(0, 1, -1)$ appartiene all'immagine di f_a.

2. Determinare autovalori e autovettori dell'applicazione lineare associata alla matrice

$$A = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & 0 & 2 \\ -1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

   Stabilire se A è diagonalizzabile.

3. Dare la definizione di nucleo e immagine di un'applicazione lineare, iniettività e suriettività. Enunciare il teorema della nullità più rango.